

EKSPLORASI STRATEGI KOGNITIF SISWA SMA DALAM BERPIKIR GEOMETRI PADA FUNGSI INVERS

Laurin Wijayanti Khoiriyah^{1*}, Fiki Alghadari², Bella Arisha³

Universitas Jambi^{1,2,3}

pos-el : laurinwjyntikh@gmail.com¹, fikialghadari@unja.ac.id²,
bellaarisha@unja.ac.id³

ABSTRAK

Pembelajaran matematika diharapkan mampu mengembangkan kemampuan berpikir geometri dan strategi kognitif siswa, tetapi faktanya kemampuan tersebut masih tergolong rendah terutama pada materi fungsi. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis strategi kognitif siswa dalam menyelesaikan masalah fungsi invers ditinjau dari tingkat berpikir geometri Van Hiele. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif. Subjek penelitian terdiri dari siswa kelas XI yang dipilih berdasarkan tingkat berpikir Van Hiele level 0 sampai level 3. Data dikumpulkan melalui tes, wawancara, dan dokumentasi, kemudian dianalisis melalui reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa strategi kognitif siswa berbeda pada setiap tingkat berpikir Van Hiele. Siswa pada level rendah cenderung menggunakan prosedur sederhana dan belum mampu menjelaskan konsep secara mendalam, sedangkan siswa pada level tinggi mampu menggunakan strategi yang sistematis, menganalisis hubungan konsep, serta memberikan alasan logis terhadap penyelesaian masalah fungsi invers. Perbedaan kemampuan berpikir geometri juga memengaruhi strategi kognitif siswa dalam menyelesaikan soal. Oleh karena itu, diperlukan pembelajaran yang dapat melatih siswa berpikir secara bertahap agar kemampuan berpikir geometri berkembang lebih optimal.

Kata kunci : berpikir geometri, proses berpikir, representasi fungsi, strategi kognitif, teori Van Hiele

ABSTRACT

Mathematics learning is expected to develop students' geometric thinking skills and cognitive strategies, but in fact, these skills are still relatively low, especially in the material of functions. This study aims to analyze students' cognitive strategies in solving inverse function problems in terms of the Van Hiele geometric thinking level. This study uses a qualitative approach with a descriptive research type. The subjects of the study consisted of eleventh grade students selected based on Van Hiele's thinking levels from level 0 to level 3. Data were collected through tests, interviews, and documentation, then analyzed through data reduction, data presentation, and drawing conclusions. The results of the study show that students' cognitive strategies differ at each Van Hiele thinking level. Students at the low level tend to use simple procedures and are not yet able to explain concepts in depth, while students at the high level are able to use systematic strategies, analyze conceptual relationships, and provide logical reasons for solving inverse function problems. Differences in geometric thinking abilities also affect students' cognitive strategies in solving problems. Therefore, learning is needed that can train students to think gradually so that geometric thinking abilities develop more optimally.

Keywords : geometric thinking, thinking process, function representation, cognitive strategy, Van Hiele's theory

1. PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika abad ke-21 tidak hanya menekankan penguasaan prosedur, tetapi juga kemampuan berpikir tingkat tinggi (*Higher Order Thinking Skills/HOTS*) (Manik et al., 2020), seperti berpikir geometri (Schenck & Nathan, 2024). Kemampuan berpikir geometri berkaitan dengan visualisasi, representasi, dan penalaran matematis (Van de Walle et al., 2021). Kemampuan ini membantu siswa memahami bentuk, sifat objek matematika, serta menyusun penalaran logis dalam menyelesaikan masalah (Fachrudin & Juniati, 2023). Selain itu, kemampuan berpikir geometri juga penting dalam pembelajaran berbasis STEAM yang menuntut kemampuan berpikir kritis dan pemecahan masalah (Paoletti et al., 2024).

Namun, hasil PISA menunjukkan bahwa kemampuan matematika siswa Indonesia masih rendah. Capaian skor matematika siswa Indonesia menurun dari 379 pada tahun 2018 menjadi 366 pada tahun 2022 dan masih berada di bawah rata-rata OECD (OECD, 2023). Hasil tersebut juga menunjukkan rendahnya capaian siswa Indonesia pada konten space and shape, bahwa dalam framework (OECD, 2023) penilaiannya melibatkan penalaran matematis untuk merumuskan, menggunakan, dan menafsirkan matematika. Dengan kata lain, kemampuan siswa memahami, merepresentasi, dan menalar konsep-konsep geometri belum berkembang secara optimal. Penelitian Susanto & Mahmudi (2021) menunjukkan bahwa sebagian besar siswa masih berada pada tahap visualisasi dan analisis sehingga lebih mengandalkan representasi visual dalam memahami konsep geometri.

Studi lain mengungkap bahwa teknik analisis siswa berorientasi pada objek visual tanpa membangun hubungan antarproperti (Alghadari et al., 2024), bekerja secara procedural dan kurang efisien (Alghadari, Tama, et al., 2022) lemahnya hubungan sistemik antar pengetahuan konsep (Alghadari & Noor, 2020; Hutajulu et al., 2022; Noor & Alghadari, 2021), mengadaptasi informasi secara tidak ideal pada tingkat logis-operasional (Alghadari, Yundayani, et al., 2022).

Berpikir geometri menjadi sarana penting untuk melatih siswa berpikir secara teratur, menggunakan alasan yang sah, dan mengembangkan kemampuan pemecahan masalah berbasis bukti (Christofferson, 2015). Berpikir geometri menurut teori van Hiele berkembang melalui dari level visualisasi hingga deduksi formal dan rigor (Van de Walle et al., 2021). Berpikir geometri lebih dari hanya menekankan pada hasil berupa penguasaan konsep, tetapi juga proses berpikir yang logis, reflektif, dan sistematis dalam struktur geometris. Proses berpikir geometri menuntut aktivitas kognitif yang kompleks yang melibatkan pengamatan, manipulasi, representasi, dan refleksi terhadap objek serta sifat-sifat geometris (Alghadari & Noor, 2021), tidak hanya terbatas pada pengenalan bentuk dan ukuran, tetapi juga melibatkan kemampuan analitis dan deduktif dalam mengidentifikasi hubungan antar unsur serta sifat-sifat geometris (Alghadari et al., 2024). Studi (Noor & Alghadari, 2021) telah mengungkap beberapa model proses berpikir dengan masing-masing teknik atau strateginya. Kemampuan dan strategi kognitif tidak saling lepas dalam siswa mengatur cara berpikirnya ketika menghadapi permasalahan matematika (Liu et al., 2025; Vigneau et al., 2006).

Strategi kognitif mencerminkan proses berpikir dan metode yang digunakan individu saat merespons tugas tertentu, serta mengajarkan siswa untuk secara sadar menerapkan proses kognitif dalam pemecahan masalah (Liu et al., 2025; Montague et al., 2014). Strategi kognitif merupakan cara siswa memahami, mengolah, dan menyelesaikan masalah secara sistematis (Liu et al., 2025). Semakin beragam strategi yang dikuasai, semakin tinggi kemandirian dan kemampuan berpikir independen siswa (Nursiah, 2025). Strategi ini berfungsi sebagai perangkat mental yang menyatukan visi, evaluasi, dan tindakan untuk mengarahkan proses berpikir menuju hasil yang bermakna, terutama ketika siswa menghadapi ketidakpastian atau masalah matematika yang kompleks (Yu, 2021). Penguasaan strategi kognitif yang baik dapat meningkatkan kemampuan berpikir mandiri siswa (Nursiah, 2025).

Berdasarkan permasalahan, dan pada konteks pembelajaran materi fungsi, maka diperlukan pengetahuan untuk melihat bagaimana cara siswa supaya mereka mampu memaknai konsep melalui visualisasi sampai dengan system deduktifnya. Itu bisa dilakukan seperti dengan mengkoordinasikan representasi visual dan simbolik dari fungsi jenis-jenis tertentu (Post & Prediger, 2024). Hal tersebut penting karena dalam pembelajaran fungsi, pemahaman siswa akan lebih bermakna apabila mereka tidak hanya memandang representasi secara terpisah, tetapi mampu membangun keterkaitan antara representasi visual seperti grafik dan representasi simbolik seperti persamaan, sehingga proses pemaknaan konsep dapat berkembang dari tahap intuitif menuju pemahaman yang lebih formal

dan terstruktur (Zentgraf & Prediger, 2024). Saat ini, kajian tentang strategi kognitif siswa dalam berpikir geometri pada fungsi, khususnya pada fungsi invers, masih terbatas. Sebagian besar penelitian saat ini lebih berfokus pada hasil belajar dan kemampuan prosedural (Liu et al., 2025; Xu, 2022). Padahal, strategi kognitif dapat memberikan gambaran tentang cara siswa membangun representasi mental dan menyelesaikan masalah matematika. Dengan demikian, penelitian ini dilakukan dengan tujuan mengetahui strategi kognitif siswa dalam berpikir geometri pada materi fungsi invers. Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan gambaran mengenai proses berpikir siswa serta menjadi dasar pengembangan pembelajaran matematika yang lebih adaptif dan bermakna.

2. METODE PENELITIAN

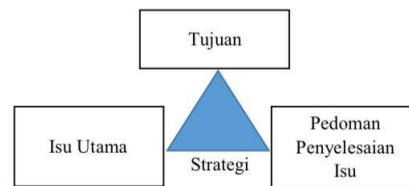
Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan desain fenomenologi hermeneutic (Phenomenological Perspective Hermeneutic Design) karena berfokus pada pemahaman serta interpretasi proses berpikir geometri dan strategi kognitif siswa dalam menyelesaikan soal fungsi invers (Edmonds & Kennedy, 2017). Pendekatan kualitatif dipilih karena penelitian bertujuan mendeskripsikan secara mendalam proses berpikir geometri siswa berdasarkan model Van Hiele dalam merepresentasikan fungsi invers (Arikunto, 2015; Sugiyono, 2013). Penelitian dilaksanakan pada semester genap tahun ajaran 2025/2026 di kelas XI di salah satu SMA di Jambi.

Sumber data penelitian berasal dari siswa kelas XI yang telah mempelajari materi fungsi invers. Pemilihan subjek dilakukan menggunakan teknik purposive sampling (Nengsih et al., 2022), yaitu memilih siswa yang memiliki jawaban bervariasi dan unik pada tes kemampuan berpikir geometri. Keunikan jawaban dilihat dari cara siswa mengeksplorasi masalah secara tidak biasa, baik berupa penalaran spasial yang melompati prosedur baku maupun bentuk kesalahan konseptual yang spesifik saat menggambar grafik invers, selain itu, terdapat kecenderungan bahwa siswa lebih mengandalkan pemeriksaan visual dibandingkan pembuktian formal, serta belum konsisten dalam menghubungkan representasi aljabar dan grafik secara sistematis. Pola-pola tidak standar inilah yang merepresentasikan fenomena strategi kognitif autentik siswa untuk ditelusuri lebih mendalam. Teknik ini digunakan agar peneliti memperoleh data yang lebih mendalam mengenai karakteristik proses berpikir siswa. Sampel yang dipilih sebanyak enam subjek representatif (S6, S14, S19, S5, S1) untuk dianalisis secara mendalam.

Pengumpulan data dilakukan melalui tes tertulis dan wawancara tidak terstruktur. Tes terdiri atas empat butir soal yang disusun berdasarkan level berpikir geometri Van Hiele, yaitu visualisasi, analisis, abstraksi, dan deduksi formal. Soal dirancang untuk mengungkap kemampuan siswa dalam menganalisis grafik fungsi invers, mengidentifikasi sifat-sifat grafik, mengevaluasi hubungan parameter fungsi terhadap grafik invers, serta membuktikan kebenaran suatu pernyataan tentang fungsi invers.

Setelah tes dilakukan, beberapa siswa dipilih untuk diwawancarai berdasarkan variasi jawaban yang diperoleh. Wawancara tidak terstruktur digunakan untuk menggali alasan, strategi, dan pola pikir siswa dalam menyelesaikan soal.

Strategi dapat dipahami sebagai sebuah kerangka yang membantu mengarahkan langkah-langkah untuk mencapai tujuan tertentu. Kerangka ini terdiri atas beberapa unsur yang saling berkaitan dan bekerja bersama sehingga memberikan arah yang jelas. Ketiadaan salah satu elemen menyebabkan strategi menjadi tidak lengkap jika tidak ada tujuannya, membingungkan jika tidak ada isu utamanya, atau tidak realistis jika tidak ada metode atau pedoman penyelesaiannya.



Gambar 1. Kerangka Elemen dalam Strategi
(Yu, 2021)

Pada Gambar 2.1 ditunjukkan bahwa strategi tersusun atas tiga komponen utama, yaitu tujuan yang menggambarkan apa yang ingin dicapai, isu utama yang berisi masalah, kesempatan, atau tantangan yang dihadapi, dan pedoman yang menjelaskan cara atau pendekatan untuk mencapainya (Yu, 2021). Ketiadaan salah satu elemen menyebabkan strategi menjadi tidak lengkap jika tidak ada tujuannya, membingungkan jika tidak ada isu utamanya, atau tidak realistis jika tidak ada metode atau pedoman penyelesaiannya.

Berdasarkan hasil tes kemampuan berpikir geometri terhadap 27 siswa, secara umum tujuan yang terlihat pada

semua subjek adalah memahami serta menentukan hubungan antara grafik fungsi linear dan inversnya. Berdasarkan kerangka elemen strategi, isu utama yang muncul bervariasi, mulai dari dominasi pemahaman visual terhadap grafik (lihat Tabel 2.1, kode A1 dan A2), kesulitan memahami sifat-sifat fungsi invers (lihat Tabel 2.2, kode B1 dan B2), meninjau hubungan antara nilai fungsi dan sifat grafik inversnya (lihat Tabel 2.3, kode C1 dan C2), hingga belum lengkapnya penjelasan mengenai konsep refleksi terhadap garis $y = x$ (lihat Tabel 2.4, kode D1, D2 dan D3).

Adapun pedoman yang digunakan juga mengalami perkembangan, dari hanya berfokus pada bentuk, arah, dan kesimetrian grafik, kemudian mulai melibatkan gradien dan titik potong, sampai pada penggunaan konsep refleksi, hubungan pasangan titik, serta pemahaman konseptual tentang fungsi invers. Secara keseluruhan, strategi yang digunakan siswa menunjukkan pergeseran dari pemahaman berbasis visual menuju pemahaman yang lebih bersifat konseptual. Analisis difokuskan pada pemetaan strategi kognitif yang digunakan siswa saat menyelesaikan masalah fungsi invers dan tahapan model RPV-HECC (*Read, Paraphrase, Visualize, Hypothesize, Estimate, Compute, Check*).

Validitas data dalam penelitian ini akan dilakukan untuk memastikan instrumen yang digunakan yaitu tes dan pedoman wawancara benar-benar mengukur apa yang seharusnya diukur dan konsisten dengan tujuan penelitian. (Raco, 2010). Validitas data kualitatif akan dipastikan melalui triangulasi sumber. Triangulasi atau melihat sesuatu dari berbagai sudut, artinya bahwa

verifikasi dari penemuan dengan menggunakan berbagai sumber data dan berbagai metode pengumpulan data .

Teknik analisis data menggunakan model interaktif Miles dan Huberman yang meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan (Miles et al., 2014). Pada tahap reduksi data, hasil wawancara yang telah ditranskripsikan diseleksi dan difokuskan pada informasi yang relevan dengan tujuan penelitian. Peneliti akan mengidentifikasi jawaban-jawaban kunci yang menunjukkan alasan siswa, pola pikir, dan tingkat pemahaman mereka terkait representasi fungsi invers. Tahap penyajian data dilakukan dalam bentuk narasi deskriptif yang menggambarkan model kognitif siswa berdasarkan level Van Hiele. Selanjutnya, penarikan kesimpulan dilakukan untuk mendeskripsikan karakteristik berpikir geometri siswa terhadap representasi fungsi invers secara menyeluruh.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

HASIL

Hasil penelitian menunjukkan bahwa strategi kognitif siswa dalam menyelesaikan masalah fungsi invers dapat dipahami melalui kerangka strategi yang terdiri atas tiga komponen utama, yaitu tujuan, isu utama, dan pedoman. Tujuan menunjukkan apa yang ingin dicapai siswa ketika menyelesaikan soal. Isu utama menggambarkan kesulitan, hambatan, atau tantangan yang dihadapi siswa selama proses berpikir. Sementara itu, pedoman merupakan cara, langkah, atau pendekatan yang digunakan siswa untuk mencapai tujuan tersebut. Ketiga komponen ini berkembang seiring dengan meningkatnya level berpikir

geometri menurut teori Van Hiele, mulai dari visualisasi, analisis, abstraksi, hingga deduksi. Berikut adalah temuan sistematis per level berpikir beserta pembahasan teoritisnya.

Level 0 (Visualisasi)

Pada level visualisasi, tujuan utama siswa adalah mengenali pasangan grafik fungsi dan fungsi invers berdasarkan tampilan visual grafik. Subjek S6 dan S14 menunjukkan bahwa tujuan mereka masih sederhana, yaitu menentukan grafik yang dianggap memiliki hubungan invers. Isu utama yang muncul adalah siswa belum memahami bahwa fungsi invers berkaitan dengan refleksi terhadap garis ($y = x$) maupun pertukaran pasangan titik. Pemahaman mereka masih terbatas pada ciri visual seperti “garis yang miringnya mirip” atau “arah grafik yang sama”. Oleh karena itu, pedoman yang digunakan hanya berupa pengamatan visual sederhana dengan membandingkan bentuk grafik. Subjek S24 mulai menunjukkan perkembangan yang lebih baik karena sudah mencoba membayangkan adanya hubungan antar titik pada grafik. Namun, strategi yang digunakan masih bergantung pada visualisasi dan belum sepenuhnya berbasis konsep. Berbeda dengan itu, subjek S19, S5, dan S1 sudah mulai memahami bahwa fungsi invers berkaitan dengan pencerminan grafik. Tujuan mereka tidak hanya mengenali bentuk grafik, tetapi juga memahami hubungan antar grafik secara lebih konseptual. Pedoman yang digunakan pun lebih berkembang karena mereka mulai memperhatikan gradien, titik potong, dan hubungan simetri grafik

Tabel 1. Strategi Kognitif Siswa Level 0 (Visualisasi)

No	Subjek	Tujuan	Isu Utama	Pedoman Penyelesaian	Kode
1	S6, S14, S24	Mengenalikan hubungan grafik fungsi dan invers secara visual	Pemahaman masih terbatas pada bentuk dan arah grafik	Mengamati kemiringan, bentuk, dan posisi grafik	A1
2	S19, S5, S1	Memahami hubungan invers melalui pencerminan grafik	Penjelasan konsep refleksi belum sepenuhnya formal	Menggunakan konsep simetri, gradien, dan titik potong	A2

Level 1 (Analisis)

Pada level analisis, tujuan siswa mulai berkembang menjadi mengidentifikasi sifat-sifat fungsi invers. Siswa tidak lagi hanya melihat bentuk grafik, tetapi mulai mencoba memahami karakteristik grafik invers, seperti pertukaran titik dan sifat simetri. Subjek S6, S14, dan S24 masih mengalami kesulitan pada tahap ini. Sebagian besar siswa hanya memahami invers sebagai “kebalikan” tanpa mampu menjelaskan maknanya secara matematis. Pedoman yang digunakan masih sangat sederhana, yaitu mengingat bahwa invers berkaitan dengan pertukaran nilai tanpa memahami alasannya. Subjek S19 dan S5 menunjukkan perkembangan yang lebih baik karena mulai memahami salah satu sifat fungsi invers, seperti perubahan titik dari $(x, y) \rightarrow (y, x)$ atau sifat simetri terhadap garis ($y = x$). Namun, pemahaman mereka masih terbatas pada satu sifat saja dan belum dapat menghubungkan beberapa sifat menjadi satu konsep yang utuh.

Sementara itu, subjek S1 menunjukkan strategi yang lebih

lengkap. Tujuan S1 adalah memahami hubungan fungsi dan invers secara lebih jelas. Isu utama yang dihadapi bukan lagi ketidaktahuan konsep, melainkan kesulitan menjelaskan hubungan tersebut secara formal. Pedoman yang digunakan sudah melibatkan contoh konkret, pengamatan perubahan titik, dan hubungan simetri grafik.

Tabel 2. Strategi Kognitif Siswa Level 1
(Analisis)

No	Subjek	Tujuan	Isu Utama	Pedoman Penyelesaian	Kode
1	S6, S14, S24	Mengidentifikasi kasi sifat fungsi invers	Belum mampu menjelaskan sifat invers secara lengkap	Menggunakan konsep kebalikan dan pertukaran titik sederhana	A1
2	S19, S5, S1	Menjelaskan sifat fungsi invers	Pemahaman konsep masih terbatas pada beberapa sifat dasar	Menggunakan konsep simetri dan pertukaran titik $(x, y) \rightarrow (y, x)$	A2

Level 2 (Abstraksi)

Pada level abstraksi, tujuan siswa berkembang menjadi memahami hubungan antara bentuk aljabar fungsi dengan sifat grafik inversnya. Siswa mulai mencoba menghubungkan konstanta dalam persamaan fungsi dengan perubahan gradien dan posisi grafik. Subjek S6 dan S14 belum mampu mencapai tujuan tersebut karena masih mengalami kesulitan memahami maksud soal. Isu utama pada kedua subjek adalah ketidakmampuan menghubungkan bentuk aljabar dengan karakteristik grafik. Oleh sebab itu, mereka belum memiliki pedoman penyelesaian yang jelas selain membaca soal.

Subjek S24 dan S19 mulai menunjukkan perkembangan karena memahami bahwa konstanta

memengaruhi arah kemiringan dan posisi grafik. Tujuan mereka sudah mengarah pada usaha memahami hubungan antara persamaan dan grafik. Namun, isu utama yang masih muncul adalah mereka belum mampu menggeneralisasi hubungan tersebut secara menyeluruh. Pedoman yang digunakan berupa pengamatan terhadap perubahan gradien dan posisi grafik berdasarkan bentuk fungsi.

Subjek S5 menunjukkan pemahaman yang lebih baik karena mulai memahami hubungan antara gradien fungsi dan perubahan pada grafik invers. Sementara itu, subjek S1 menunjukkan strategi paling berkembang pada level ini. S1 sudah mampu menjelaskan hubungan gradien invers melalui bentuk $1/a$. Tujuan S1 adalah memahami perubahan sifat grafik secara matematis. Isu utama yang masih dihadapi adalah belum mampu menyusun generalisasi konsep secara formal. Pedoman yang digunakan sudah melibatkan manipulasi aljabar sederhana dan interpretasi grafik.

Tabel 3.3 Strategi Kognitif Siswa Level 2
(Abstraksi)

No	Subjek	Tujuan	Isu Utama	Pedoman Penyelesaian	Kode
1	S6, S14	Memahami hubungan konstanta dan grafik invers	Tidak mampu menghubungkan konstanta dan grafik invers	Belum memiliki strategi penyelesaian yang jelas	C1
2	S24, S19, S5, S1	Menghubungkan konstanta dengan sifat grafik invers	Generalisasi konsep belum sepenuhnya terbentuk	Menggunakan hubungan gradien, posisi grafik, dan bentuk aljabar	C2

Level 3 (Deduksi)

Pada level deduksi, tujuan siswa berkembang menjadi membuktikan hubungan fungsi dan fungsi invers secara logis dan sistematis. Siswa mulai berusaha memastikan bahwa jawaban yang diperoleh benar berdasarkan konsep matematis. Subjek S6 dan S14 belum mampu mencapai tahap ini karena masih mengalami kesulitan memahami maksud pembuktian. Isu utama yang muncul adalah siswa belum memahami bagaimana menggunakan konsep fungsi invers untuk membangun argumen matematis. Oleh karena itu, mereka belum memiliki pedoman penyelesaian yang jelas.

Subjek S24 dan S19 mulai menunjukkan perkembangan karena sudah mencoba memeriksa kebenaran jawaban melalui bentuk grafik dan konsep gradien. Tujuan mereka adalah memastikan jawaban yang diperoleh sesuai dengan konsep fungsi invers. Namun, isu utama yang masih muncul adalah mereka belum mampu menyusun pembuktian yang logis dan lengkap. Pedoman yang digunakan masih berupa pengecekan visual dan pencocokan konsep sederhana.

Subjek S5 menunjukkan strategi yang lebih baik karena sudah menggunakan pengecekan titik-titik hasil pertukaran untuk memastikan jawaban. Sementara itu, subjek S1 menunjukkan perkembangan strategi yang paling lengkap. Tujuan S1 adalah membuktikan hubungan fungsi dan invers secara benar. Isu utama yang dihadapi bukan lagi memahami konsep, tetapi kesulitan menuliskan langkah pembuktian secara runtut. Pedoman yang digunakan sudah melibatkan substitusi, pengecekan grafik, dan pencocokan hasil secara matematis. Dengan demikian, pada level deduksi terlihat bahwa strategi kognitif siswa berkembang dari sekadar memahami konsep menuju usaha membangun pembuktian matematis secara logis.

Semakin tinggi level berpikir Van Hiele siswa, semakin jelas tujuan yang ingin dicapai, semakin kompleks isu utama yang dihadapi, dan semakin sistematis pedoman penyelesaian yang digunakan.

Tabel 4. Strategi Kognitif Siswa Level 3 (Deduksi)

No	Subjek	Tujuan	Isu Utama	Pedoman Penyelesaian	Kode
1	S6, S14	Membuktikan hubungan fungsi dan invers	Belum memahami pembuktian matematis	Tidak mampu menyusun argumen deduktif	D1
2	S24, S19, S5	Memastikan kebenaran hubungan fungsi invers	Pembuktian masih sederhana dan belum sistematis	Mengecek grafik, gradien, dan pertukaran titik	D2
3	S1	Membuktikan hubungan fungsi dan invers secara matematis	Kesulitan menyusun pembuktian tertulis secara runtut	Menggunakan substitusi, pengecekan grafik, dan verifikasi konsep	D3

PEMBAHASAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa strategi kognitif siswa dalam menyelesaikan masalah fungsi invers berkembang selaras dengan tahapan berpikir geometri Van Hiele. Perkembangan tersebut tampak dari perubahan tujuan yang ingin dicapai siswa, isu utama yang dihadapi, serta pedoman penyelesaian yang digunakan pada setiap level berpikir. Menurut Van de Walle (2021), kemampuan berpikir matematis berkembang secara bertahap dari tahap pengenalan visual menuju penalaran deduktif formal. Pada level awal, strategi siswa masih sederhana dan dominan menggunakan pendekatan visual, sedangkan pada level yang lebih tinggi strategi mulai mengarah pada

pemahaman konseptual dan penalaran logis. Perubahan ini menunjukkan bahwa strategi kognitif siswa berkembang seiring meningkatnya kompleksitas pemahaman yang dimiliki, sebagaimana dijelaskan dalam kerangka strategi Yu (2021) bahwa strategi terdiri atas tujuan, isu utama, dan pedoman penyelesaian yang saling berhubungan.

Pada level visualisasi, sebagian besar siswa seperti S6, S14, dan S24 menyelesaikan masalah berdasarkan tampilan grafik secara visual. Tujuan utama siswa pada tahap ini adalah mengenali keterkaitan antara grafik fungsi dan fungsi invers melalui bentuk, arah garis, serta kemiringan grafik. Kondisi tersebut mencerminkan karakteristik level visualisasi Van Hiele, yaitu siswa memahami konsep berdasarkan tampilan bentuk sebelum memahami sifat formalnya. Akan tetapi, isu utama yang muncul adalah siswa belum memahami konsep fungsi invers secara mendalam, terutama mengenai hubungan refleksi terhadap garis ($y = x$) dan pertukaran pasangan titik $(x, y) \rightarrow (y, x)$. Oleh sebab itu, pedoman penyelesaian yang digunakan masih berupa pengamatan visual sederhana tanpa penjelasan konseptual yang kuat. Hal tersebut sesuai dengan pendapat Van de Walle (2021) yang menyatakan bahwa siswa pada tahap awal berpikir geometri lebih mudah mengenali objek dari tampilan visual dibandingkan memahami sifat abstraknya.

Berbeda dengan S6, S14, dan S24, subjek S19, S5, dan S1 mulai memperlihatkan perkembangan strategi yang lebih baik pada level visualisasi. Ketiga subjek tersebut tidak hanya memperhatikan bentuk grafik, tetapi juga mulai memahami adanya hubungan pencerminan antara fungsi dan fungsi invers. Hal ini menunjukkan bahwa tujuan siswa berkembang dari sekadar mengenali bentuk menuju memahami hubungan konsep secara sederhana.

Perkembangan tersebut menandakan adanya peralihan dari level visualisasi menuju level analisis menurut teori Van De Walle (2021). Meskipun demikian, isu utama yang masih muncul adalah siswa belum mampu menjelaskan hubungan tersebut secara formal. Pedoman penyelesaian yang digunakan mulai melibatkan gradien, titik potong, dan konsep simetri grafik sehingga strategi yang diterapkan lebih terarah dibandingkan siswa pada tahap visualisasi awal. Temuan ini menunjukkan bahwa siswa mulai menghubungkan representasi visual grafik dengan representasi simbolik sederhana. Menurut (Post & Prediger, 2024) kemampuan menghubungkan berbagai representasi matematis merupakan bagian penting dalam pembentukan pemahaman konsep yang lebih mendalam.

Pada level analisis, siswa mulai mampu mengidentifikasi sifat-sifat fungsi invers, seperti pertukaran titik dan simetri grafik. Subjek S19, S5, dan S1 menunjukkan bahwa mereka telah memahami perubahan pasangan titik dari $(x, y) \rightarrow (y, x)$ serta hubungan simetri terhadap garis ($y = x$). Tujuan siswa pada tahap ini tidak lagi hanya mengenali bentuk grafik, tetapi mulai memahami karakteristik fungsi invers. Hal tersebut sesuai dengan karakteristik level analisis Van Hiele yang ditandai dengan kemampuan mengenali sifat-sifat suatu konsep matematika. Namun, isu utama yang muncul adalah siswa belum mampu menghubungkan berbagai sifat tersebut menjadi konsep yang utuh dan logis. Pedoman penyelesaian yang digunakan masih berupa penggunaan contoh konkret serta pengamatan visual terhadap perubahan titik pada grafik. Di sisi lain, subjek S6, S14, dan S24 masih mengalami kesulitan menjelaskan sifat fungsi invers sehingga strategi yang digunakan masih terbatas pada pemahaman dasar. Penggunaan contoh konkret dan visualisasi grafik dalam

penyelesaian menunjukkan bahwa siswa masih bergantung pada representasi visual untuk membangun pemahaman konsep, sebagaimana dijelaskan oleh (Post & Prediger, 2024) bahwa representasi visual memiliki peran penting dalam proses pembentukan makna matematis.

Pada level abstraksi, strategi kognitif siswa berkembang menuju kemampuan menghubungkan bentuk aljabar fungsi dengan sifat grafik inversnya. Subjek S24, S19, S5, dan S1 mulai memahami hubungan antara konstanta fungsi dengan kemiringan dan posisi grafik invers. Tujuan siswa pada tahap ini adalah memahami bagaimana perubahan nilai konstanta memengaruhi sifat grafik invers. Kondisi tersebut menunjukkan karakteristik level abstraksi Van Hiele karena siswa mulai mampu menghubungkan berbagai sifat dan hubungan antar konsep secara lebih umum. Akan tetapi, isu utama yang muncul adalah siswa belum mampu mengorganisasi serta menggeneralisasi hubungan tersebut menjadi definisi logis yang utuh. Pedoman penyelesaian yang digunakan berupa manipulasi aljabar sederhana, pengamatan perubahan gradien, dan interpretasi visual terhadap grafik. Subjek S1 menunjukkan perkembangan. Kemampuan menghubungkan bentuk aljabar dan grafik tersebut menunjukkan berkembangnya koordinasi representasi simbolik dan visual siswa yang menurut Post & Prediger (2024) menjadi dasar terbentuknya pemahaman matematis yang lebih abstrak dan konseptual.

Pada level deduksi, siswa mulai berupaya membuktikan hubungan fungsi dan fungsi invers secara logis. Subjek S24, S19, S5, dan terutama S1 menunjukkan adanya usaha untuk memeriksa kebenaran jawaban melalui pengecekan grafik, gradien, pertukaran titik, maupun substitusi. Tujuan siswa pada tahap ini berkembang menjadi

membuktikan hubungan fungsi invers berdasarkan konsep matematis. Perkembangan tersebut menunjukkan bahwa siswa mulai memasuki tahap deduksi Van Hiele, yaitu tahap ketika siswa mulai menggunakan alasan logis dan hubungan antar konsep dalam penyelesaian masalah. Akan tetapi, isu utama yang muncul adalah siswa masih mengalami kesulitan dalam menyusun pembuktian formal secara runtut dan sistematis. Pedoman penyelesaian yang digunakan berupa pengecekan visual, substitusi, serta pencocokan hasil dengan konsep fungsi invers. Subjek S1 menunjukkan strategi yang paling lengkap karena telah menggunakan pengecekan melalui substitusi dan grafik, walaupun masih mengalami kesulitan dalam menuliskan langkah pembuktian secara terstruktur. Kondisi ini sesuai dengan pendapat Zentgraf & Prediger (2024) yang menyatakan bahwa siswa umumnya mampu melakukan verifikasi secara intuitif, tetapi belum mampu menyusun pembuktian formal secara sistematis dan deduktif.

4. KESIMPULAN

Kesimpulan penelitian ini menunjukkan bahwa strategi kognitif siswa dalam berpikir geometri pada materi fungsi invers berkembang sesuai tahapan berpikir Van Hiele, mulai dari level visualisasi, analisis, abstraksi, hingga deduksi. Perkembangan tersebut terlihat dari perubahan tujuan yang ingin dicapai siswa, isu utama yang dihadapi, dan pedoman penyelesaian yang digunakan dalam menyelesaikan masalah fungsi invers. Semakin tinggi level berpikir geometri siswa, semakin berkembang pula strategi kognitif yang digunakan, dari strategi yang bersifat visual sederhana menuju strategi yang lebih konseptual, simbolik, dan deduktif.

Berdasarkan hasil penelitian, strategi kognitif siswa pada materi fungsi invers dapat diidentifikasi melalui tipe strategi RPV-HECC, yaitu: (1) *Recognizing Visual Patterns (RPV)*, yaitu strategi mengenali hubungan fungsi dan fungsi invers berdasarkan pola visual grafik, arah garis, kemiringan, dan bentuk pencerminan grafik; (2) *Highlighting Equivalent Correspondence Concepts (HECC)*, yaitu strategi memahami hubungan kesetaraan konsep melalui pemetaan invers, pertukaran pasangan titik $(x, y) \rightarrow (y, x)$, hubungan simetri terhadap garis $(y = x)$, serta keterkaitan antara bentuk aljabar dan representasi grafik fungsi invers.

Pada level visualisasi, siswa cenderung menggunakan strategi *Recognizing Visual Patterns (RPV)* melalui pengamatan bentuk grafik dan kemiringan garis tanpa memahami hubungan konsep secara formal. Pada level analisis, strategi mulai berkembang melalui identifikasi sifat-sifat fungsi invers, seperti pertukaran titik dan simetri grafik. Selanjutnya, pada level abstraksi siswa mulai menggunakan strategi *Highlighting Equivalent Correspondence Concepts (HECC)* dengan menghubungkan representasi visual dan simbolik melalui gradien, konstanta fungsi, dan perubahan bentuk grafik invers. Pada level deduksi, siswa mulai melakukan verifikasi hubungan fungsi invers menggunakan pengecekan grafik, substitusi, dan pembuktian sederhana, meskipun pembuktian formal secara sistematis masih belum sepenuhnya terbentuk.

5. DAFTAR PUSTAKA

Alghadari, F., Ma'ruf, A. H., & Yundayani, A. (2024). Students'

inconsistency when solving a geometry problem in three-dimensional context. *International Journal of Educational Innovation and Research*, 3(1), 27–40. <https://doi.org/10.37640/jim.v6i2.2510>

Alghadari, F., & Noor, N. A. (2020). Students depend on the Pythagorean theorem: Analysis by the three parallel design of abstraction thinking problem. *Journal of Physics: Conference Series*, 012005. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012005>

Alghadari, F., & Noor, N. A. (2021). *Conceptual technique for comparison figures by geometric thinking in analysis level*. 2(August), 1–8.

Alghadari, F., Tama, B. J., Sudirman, S., Kusuma, A. P., & Huda, S. A. A. (2022). Completion for a geometric-function problem: Process and resources in efficiency consideration. *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA*, 12(2), 177–188. <https://doi.org/10.30998/formatif.v12i2.10365>

Alghadari, F., Yundayani, A., & Genç, M. (2022). Learning Habits Shaping Mathematical Literacy: Lens Through the Chronology of Time and Cognitive Processes. *IndoMath: Indonesia Mathematics Education*, 5(1), 42–54. <https://doi.org/10.30738/indomath.v5i1.14>

Arikunto, S. (2015). *Prosedur Penelitian: Suatu Pendekatan Praktik*. 2013.

Christofferson, H. C. (2015). Geometry-a Way of Thinking. *The Educational Forum*, 1725(November). <https://doi.org/10.1080/001317238>

09340031

- Dr. J. R. Raco, ME., M. S. (2010). *Metode Penelitian Kualitatif*. PT Grasindo, Jalan Palmerah Selatan 22 - 28, Jakarta 10270.
- Edmonds, W. A., & Kennedy, T. D. (2017). *An Applied Guide to Research Designs: Quantitative, Qualitative, and Mixed Methods* (2nd ed.).
- Fachrudin, A. D., & Juniati, D. (2023). *Kinds of Mathematical Thinking Addressed in Geometry Research in School: A Systematic Review Macam-Macam Mathematical Thinking dalam Penelitian Geometri di Sekolah : A Systematic Review*. 6(2), 154–165.
- Hutajulu, M., Perbowo, K. S., Alghadari, F., Minarti, E. D., & Hidayat, W. (2022). The process of conceptualization in solving geometric-function problems. *Infinity Journal*, 11(1), 145–162. <https://doi.org/10.22460/infinity.v11i1.p145-162>
- Liu, Y., He, K., Man, K., & Zhan, P. (2025). Exploring Critical Eye-Tracking Metrics for Identifying Cognitive Strategies in Raven's Advanced Progressive Matrices: A Data-Driven Perspective. *Journal of Intelligence*, 13(2), 1–20. <https://doi.org/10.3390/jintelligence13020014>
- Manik, P., Saraswati, S., Ngurah, G., & Agustika, S. (2020). *Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi Dalam Menyelesaikan Soal HOTS Mata Pelajaran Matematika*. 4(2), 257–269.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2014). *Qualitative Data Analysis: A Methods Sourcebook (3rd ed.)*. SAGE Publications, Inc.
- Montague, M., Krawec, J., Enders, C., & Dietz, S. (2014). *The Effects of Cognitive Strategy Instruction on Math Problem Solving of Middle-School Students of Varying Ability*. 106(2), 469–481. <https://doi.org/10.1037/a0035176>
- Nengsih, T. A., Arisha, B., & Safitri, Y. (2022). *Statistika Deskriptif dengan Program R*. PT. Sonpedia Publishing Indonesia.
- Noor, N., & Alghadari, F. (2021). Case of actualizing geometry knowledge in abstraction thinking level for constructing a figure. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 8(1), 16–26. <https://doi.org/10.17278/ijesim.797749>
- Nursiah, F. Y. (2025). Peningkatan Hasil Belajar Matematika Siswa Melalui Integrasi Nilai-Nilai Islam di SD Negeri 1 KRUENG Buloh Cut. *Journal BIONatural*, 12(2), 21–28.
- OECD. (2023a). *PISA 2022 assessment and analytical framework*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>
- OECD. (2023b). *PISA 2022 results (Volume I): The state of learning and equity in education: Vol. I*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Paoletti et al. (2024). *Exploring and Promoting Students Covariational Reasoning and Developing Graphing Meanings Teo*.
- Post, M., & Prediger, S. (2024). Teaching practices for connecting multiple representations in mathematics education. *Journal of Mathematics Education Research*, 36(1), 95–127. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00431-z>
- Schenck, K. E., & Nathan, M. J. (2024).

- Navigating Spatial Ability for Mathematics Education : a Review and Roadmap. In *Educational Psychology Review* (Vol. 36, Issue 3). Springer US. <https://doi.org/10.1007/s10648-024-09935-5>
- Sugiyono. (2013). *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Alfabeta.
- Susanto, S., & Mahmudi, A. (2021). Tahap berpikir geometri siswa SMP berdasarkan teori Van Hiele ditinjau dari keterampilan geometri. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 8(1), 106–116. <https://doi.org/10.21831/jrpm.v8i1.17044>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2021). *Teaching Student-Centered Mathematics: Developmentally Appropriate Instruction for Grades Pre-K–2 (Volume I)* (3rd ed.). Pearson.
- Vigneau, F., Caissie, A. F., & Bors, D. A. (2006). Eye-movement analysis demonstrates strategic influences on intelligence. *Intelligence*, 34(3), 261–272. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2005.11.003>
- Xu, J. (2022). High level cognitive strategies scale for middle school students: A psychometric evaluation. *Current Psychology*, 41(5), 2711–2718. <https://doi.org/10.1007/s12144-020-00786-1>
- Yu. (2021). *Fundamental Elements of the Strategy Concept 3* “. 29–44. <https://doi.org/10.1007/978-981-33-4713-7>
- Zentgraf, K., & Prediger, S. (2024). Demands and scaffolds for explaining the connection of multiple representations : Revisiting the bottle-filling task. *Journal of Mathematical Behavior*, 73(January), 101118. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101118>