

ANALISIS KESALAHAN MULTIDIMENSIONAL SISWA DALAM PEMECAHAN MASALAH ALJABAR: TINJAUAN DARI PERSPEKTIF REPRESENTASI SEMIOTIK

Wa Ode Dahiana¹, Hanisa Tamalene², Neneng Anastasyia³

Universitas Pattimura^{1,2,3}

pos-el : waode.dahiana@lecturer.unpatti.ac.id¹, tamalene80nissa@gmail.com²,
nanastasya93@gmail.com³

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengungkap pola kesalahan multidimensional siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar ditinjau dari perspektif representasi semiotik pada berbagai tingkat kemampuan. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan melibatkan 30 siswa kelas VII SMP. Subjek penelitian dipilih secara *purposive sampling*, kemudian ditetapkan enam siswa yang merepresentasikan kategori kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Data diperoleh melalui tes tertulis dan wawancara, kemudian dianalisis berdasarkan klasifikasi kesalahan Nolting, yang mencakup *misread direction error*, *careless error*, *concept error*, *application error*, *test procedure error*, dan *transformation error*. Hasil menunjukkan bahwa siswa pada semua tingkat kemampuan mengalami kesulitan dalam konversi antar representasi (*transformation error*), terutama dari bentuk verbal expression ke simbolik (algebraic expression) dan simbolik ke geometric expression. Siswa berkemampuan tinggi mampu menalar secara simbolik namun gagal menghubungkannya dengan konteks visual (graphical expression), sedangkan siswa berkemampuan sedang cenderung menggunakan strategi coba-coba yang menimbulkan *application error*. Siswa kelompok kemampuan rendah menunjukkan *concept error* dan kesalahan representasi mendasar (*transformation error*). Secara umum, *transformation error* menjadi jenis kesalahan yang paling dominan, diikuti oleh *concept error* dan *application error*. Temuan ini menunjukkan bahwa pembelajaran aljabar perlu dirancang dengan mengintegrasikan berbagai representasi semiotik agar pemahaman konseptual siswa dapat berkembang secara lebih mendalam.

Kata kunci : pemecahan masalah aljabar, representasi semiotik, analisis kesalahan, tingkat kemampuan siswa, fleksibilitas representasional

ABSTRACT

This study aims to uncover the multidimensional error patterns of students in solving algebra problems from the perspective of semiotic representation at various ability levels. This study used a qualitative approach involving 30 seventh-grade junior high school students. The research subjects were selected by purposive sampling, then six students were determined representing the high, medium, and low ability categories. Data were obtained through written tests and interviews, then analyzed based on Nolting's error classification, which includes misread direction error, careless error, concept error, application error, test procedure error, and transformation error. The results showed that students at all ability levels experienced difficulties in converting between representations (transformation error), especially from verbal to symbolic (algebraic expression) and symbolic to geometric expression. High-ability students were able to reason symbolically but failed to connect it to the visual context (graphical expression), while medium-ability students tended to use trial and error strategies that resulted in application errors. Students in the low-ability group showed concept errors and fundamental representation errors (transformation errors). In general, transformation errors were the most dominant type of error, followed by concept errors and application errors. These findings indicate that algebra

learning needs to be designed by integrating various semiotic representations so that students' conceptual understanding can develop more deeply.

Keywords : *algebra problem solving, semiotic representation, error analysis, student ability levels, representational flexibility*

1. PENDAHULUAN

Kemampuan pemecahan masalah aljabar merupakan salah satu kompetensi kunci dalam kurikulum matematika modern karena mendukung pengembangan berpikir kritis, analitis, dan relasional (Qurohman et al., 2025; Susanti, 2018). Namun, berbagai penelitian menunjukkan bahwa siswa masih menghadapi kesulitan signifikan ketika diminta membuat pemodelan dari masalah kontekstual ke dalam bentuk simbolik, visual, maupun verbal (Muharani et al., 2025). Kesulitan tersebut seringkali terefleksi dalam bentuk kesalahan (*errors*) yang tidak hanya bersifat prosedural, tetapi juga konseptual dan representasional. Oleh karena itu, analisis kesalahan siswa dalam pemecahan masalah aljabar penting untuk mengidentifikasi akar permasalahan sekaligus merancang intervensi pembelajaran yang efektif. Literatur terkini menegaskan bahwa kesalahan siswa dalam aljabar tidak bisa dipandang sebagai kegagalan prosedural semata, tetapi sebagai fenomena multidimensional yang melibatkan representasi semiotik, strategi, serta keterhubungan antar konsep (Mathaba et al., 2024; Putri et al., 2023; Soesanto, 2021). (Putri & Basir (2025) mengklasifikasikan kesalahan siswa ke dalam enam tipe: *conceptual errors*, *procedural errors*, *strategic errors*, *application errors*, *representation errors*, dan *careless errors*. Klasifikasi ini masih relevan hingga kini karena

memberikan kerangka komprehensif untuk menganalisis kompleksitas kesalahan siswa dalam pemecahan masalah matematika.

Dalam konteks penelitian mutakhir, kerangka Nolting dapat dipadukan dengan teori representasi semiotik (Damayanti, 2024) untuk menyingkap bagaimana keterbatasan dalam konversi antar representasi memicu berbagai bentuk kesalahan. Penelitian terbaru menunjukkan bahwa *representation errors* merupakan salah satu jenis kesalahan yang paling dominan dalam aljabar. Misalnya, siswa dapat menuliskan ekspresi simbolik dengan benar, tetapi gagal menghubungkannya dengan representasi visual atau geometrik yang sesuai. Fenomena ini konsisten dengan gagasan (Dahiana et al., 2023; Ferretti et al., 2024) bahwa pemahaman matematis memerlukan kemampuan konversi antar representasi, bukan hanya manipulasi simbol. Dengan demikian, analisis kesalahan yang mempertimbangkan perspektif representasi semiotik dapat memberikan pemahaman lebih dalam mengenai hambatan belajar aljabar. Selain representasi, *conceptual errors* juga sering muncul akibat miskonsepsi yang berakar pada lemahnya keterhubungan antara simbol, konteks verbal, dan visual (Mathaba et al., 2024). Kesalahan semacam ini tidak jarang ditemukan pada siswa yang salah menafsirkan makna variabel atau rumus dalam pola matematis. Kesalahan

konseptual memiliki dampak jangka panjang karena dapat menghambat perkembangan pemahaman struktural siswa terhadap aljabar. Dalam kerangka Nolting, *conceptual errors* menempati posisi fundamental karena seringkali menjadi sumber bagi munculnya kesalahan lainnya, seperti *procedural* atau *strategic errors*.

Kesalahan lain yang banyak ditemukan adalah *procedural errors* dan *strategic errors*. Siswa kerap terjebak pada penggunaan strategi coba-coba atau manipulasi aritmetika tanpa dasar konseptual yang memadai (Li & Schoenfeld, 2019). Akibatnya, solusi yang dihasilkan tidak konsisten dengan konteks masalah meskipun prosedurnya tampak “benar” secara teknis. Kondisi ini memperlihatkan bahwa strategi penyelesaian masalah tidak bisa dipisahkan dari pemahaman konseptual dan representasional siswa. Sejalan dengan (Nolting, 2002), kesalahan strategi seringkali muncul ketika siswa menghadapi masalah non-rutin yang membutuhkan pemahaman relasional lebih daripada sekadar prosedural. Penelitian terbaru menunjukkan bahwa pemecahan masalah baru atau tidak familiar membutuhkan koherensi antara perhitungan formal dan pemahaman konseptual, sehingga siswa yang hanya mengandalkan prosedur atau heuristik dangkal cenderung mengalami kesulitan dalam memilih strategi yang tepat (Kuo et al., 2019). Pada masalah yang melibatkan aplikasi konsep dalam konteks nyata, banyak siswa melakukan *application errors*. Misalnya, dalam soal terkait persentase, siswa sering salah memahami makna angka dalam teks, sehingga salah menuliskan model matematis. Kesalahan aplikasi ini

menunjukkan bahwa translasi dari representasi verbal ke simbolik bukanlah proses otomatis, tetapi membutuhkan keterampilan modelisasi yang kuat (Hong et al., 2021). Dengan demikian, pembelajaran aljabar seharusnya tidak hanya menekankan prosedur perhitungan, tetapi juga keterampilan membaca, menafsirkan, dan mengonstruksi representasi.

Kesalahan lain yang sering luput dari perhatian adalah *careless errors*, seperti salah menyalin angka, tidak memeriksa kembali hasil, atau terburu-buru dalam prosedur penyelesaian. Penelitian (Reinhard et al., 2022) menunjukkan bahwa refleksi dan *self-monitoring* merupakan faktor penting untuk meminimalisir kesalahan ceroboh. Meski tampak sederhana, kesalahan ini bisa berdampak signifikan pada hasil akhir dan sering bercampur dengan kesalahan konseptual maupun prosedural. Dalam (Nolting, 2002) *careless errors* mengingatkan bahwa dimensi afektif dan regulasi diri juga berperan dalam kualitas pemecahan masalah matematika.

Berdasarkan uraian di atas, dapat dinyatakan bahwa analisis kesalahan siswa dalam pemecahan masalah aljabar perlu dilakukan secara multidimensional dengan memadukan perspektif semiotik dan kerangka klasifikasi Nolting. Hal ini penting karena kesalahan siswa tidak berdiri sendiri, melainkan saling terkait antara konseptual, prosedural, strategis, representasional, aplikasi, dan ceroboh (Hong et al., 2021). Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan siswa SMP dalam pemecahan masalah aljabar dari perspektif representasi semiotik, sekaligus mengkaji perbedaan pola

kesalahan antara kelompok siswa dengan kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Hasil analisis diharapkan dapat memberikan kontribusi teoretis dalam memahami kompleksitas kesalahan belajar matematika, sekaligus implikasi praktis bagi perancangan pembelajaran aljabar yang lebih reflektif dan representasional.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif eksploratif. Tujuan penelitian adalah untuk mendeskripsikan secara mendalam jenis kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar ditinjau dari aspek representasi semiotik matematis dan tipe kesalahan siswa menurut Nolting. Penelitian ini melibatkan 30 siswa SMP kelas VII yang telah mempelajari materi sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV).

Pemilihan subjek dilakukan secara purposive sampling, yaitu siswa yang mewakili tiga kategori kemampuan (tinggi, sedang, dan rendah) berdasarkan hasil tes awal berjumlah 6 orang. Instrumen utama dalam penelitian kualitatif adalah peneliti sendiri sebagai instrumen kunci. Sedangkan pendukung meliputi: (1) Tes pemecahan masalah aljabar yang terdiri dari tiga butir soal. Sementara, indikator representasi semiotik yang dikaji yakni *verbal expression*, *algebraic expression*, *geometric expression*, dan *completion process (treatment in algebra)* terdistribusi dalam ketiga butir soal tes tersebut, (2) Pedoman wawancara bersifat eksploratif dan fleksibel untuk menggali lebih lanjut proses berpikir siswa, dan (3) Lembar observasi dan catatan lapangan.

Prosedur Penelitian dalam Penelitian ini dilaksanakan melalui tiga tahap utama: (1) Tahap persiapan, meliputi penyusunan instrumen tes dan pedoman wawancara, serta validasi instrumen oleh ahli, (2) Tahap pelaksanaan, yaitu pemberian tes pemecahan masalah kepada siswa, dilanjutkan dengan wawancara mendalam pada beberapa subjek terpilih, dan (3) Tahap analisis, yaitu mengkategorikan kesalahan siswa berdasarkan klasifikasi Nolting (1994; 2002), kemudian mengaitkannya dengan aspek representasi semiotik matematis: *verbal expression*, *algebraic expression*, *geometric expression*, *graphic expression*, dan *completion process* (Dahiana & Halija, 2024). Adapun teknik analisis data dilakukan secara kualitatif dengan model interaktif (Miles et al., 2014) yang meliputi tahap reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan/verifikasi. Validitas data dijaga melalui triangulasi teknik (tes, wawancara, dan observasi) serta triangulasi sumber (perbedaan subjek berdasarkan tingkat kemampuan).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian ini akan dijelaskan hasil analisis jawaban siswa yang diidentifikasi berdasarkan tipe kesalahan menurut (Nolting, 2002, 2014) terhadap tiga soal (masalah) yang diberikan. Analisis jawaban siswa disajikan tiap soal menurut kelompok dengan kategori High ability, middle ability, dan low ability.

HASIL

Masalah Pertama

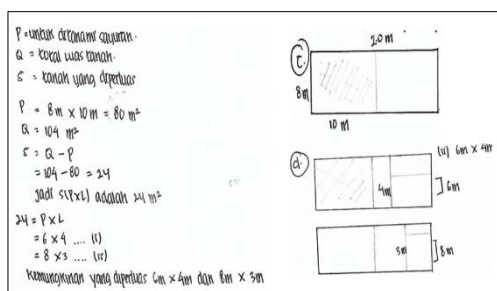
Seorang Petani memiliki sebidang tanah berbentuk persegi panjang berukuran (20 m x 8 m) untuk ditanami

sayuran. Sebagian tanah tersebut ditanami bibit sayur dengan ukuran 10m x 8m. Oleh karena petani tersebut masih memiliki sisa bibit, ia pun memutuskan untuk memperluas lagi lahan yang digarapnya searah lahan sebelumnya. Misalkan total lahan yang digarapnya menjadi 104 meter persegi, kemudian ingin diketahui ukuran bagian tanah yang diperluasnya. Untuk menjawabnya, lakukan langkah-langkah berikut :

1. Gambar ukuran tanah milik petani secara keseluruhannya
2. Buat model matematikanya kemudian tentukan ukuran bagian tanah yang diperluas tersebut
3. Berikan arsiran pada bagian tanah yang sudah ditanami sayuran
4. Gambarkan/sketsa bagian tanah yang diperluas tersebut.

Masalah pertama menunjukkan aktivitas representasi semiotic yakni transformasi konversi dari verbal expression ke algebraic expression geometric expression verbal ekspresi, serta transformasi treatment (completion process) yakni proses menemukan nilai atau luas lahan.

a. Analisis Hasil Jawaban Siswa Kelompok Tinggi



Gambar 1. Jawaban Siswa Kelompok High Ability, Masalah Pertama

Dari jawaban siswa pada Gambar 1 dapat diidentifikasi beberapa kesalahan sebagai berikut.

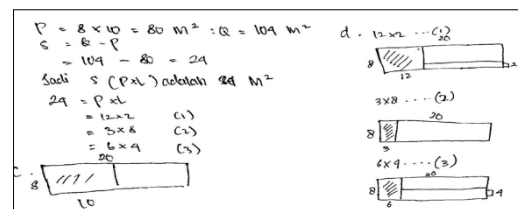
1) Representasi Semiotik Matematis

Dari aspek representasi simbolik (algebraic expression): Siswa sudah bisa membuat model $P = 8 \times 10 = 80$, $Q = 104$, $S = 104 - 80 = 24$. Namun, dalam menuliskan gambar ukuran bagian tanah yang diperluas siswa tidak dapat melakukannya dengan benar baik 8×3 maupun 6×4 . Ini menunjukkan kesalahan dalam menghubungkan simbol dengan konteks geometris (geometric expression). Dengan kata lain, siswa dapat menyelesaikan masalah pertama secara analitis (algebraic expression) namun secara geometric (geometric expression) siswa tidak dapat mengerjakannya dengan tepat.

2) Jenis Kesalahan Menurut Nolting

Terdapat conceptual error yakni siswa salah memahami batasan bentuk geometri yang diperluas. Siswa tahu tentang luas tambahan 24 m^2 , tetapi tidak mengaitkannya dengan sisi panjang 8 m dari lahan. Strategic error di mana siswa mencoba menuliskan semua pasangan faktor dari 24 tanpa mempertimbangkan konteks. Sementara, application error yakni dalam menggambar (sketsa), siswa memperlihatkan perluasan yang tidak konsisten dengan bentuk tanah sebenarnya.

b. Analisis Hasil Jawaban Siswa Kelompok Kemampuan Sedang



Gambar 2. Jawaban Siswa Middle Ability, Masalah Pertama

Pada Gambar 2, dapat diidentifikasi kesalahan yang dilakukan siswa kelompok sedang dalam menyelesaikan masalah pertama sebagai berikut.

1) Representasi Semiotik Matematis

Pada awal proses perhitungan (algebraic expression) dan *completion process* tampak benar; $P = 8 \times 10 = 80$, $S = 104 - 80 = 24$. Namun, terdapat kesalahan yakni siswa menuliskan berbagai faktor dari 24 : $24 = 12 \times 2$; 12×2 , 3×8 ; 6×4 .

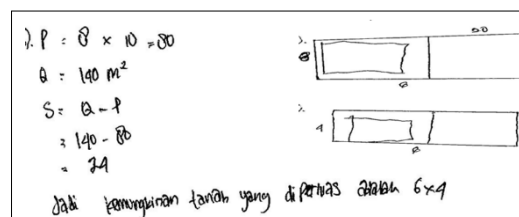
Padahal, kemungkinan yang benar hanya dua yakni 8×3 dan 6×4 sama halnya dengan kelompok kemampuan tinggi yakni Siswa dapat menuliskan secara aljabar namun secara geometris (geometric ekspression) siswa tidak dapat menetapkan letak garis sesuai ukuran lahan, baik 8×3 maupun 6×4 .

2) Jenis Kesalahan Menurut Nolting

Terdapat Kesalahan representasi visual (geometric expression) yakni siswa menggambar perluasan dengan bentuk 12×2 , 3×8 , dan 6×4 . Semua bentuk ini ditempelkan ke tanah 20×8 , padahal secara geometri tidak konsisten (misalnya menempel 12×2 di sisi 20×8 tidak logis). Karena ukuran lahan yang tersedia maksimum adalah 10×8 (Panjang maksimal 10 meter), sehingga tidak mungkin sisa lahan menjadi 12×2 . Ini menunjukkan siswa tidak mampu menerjemahkan simbol (faktor luas) ke dalam gambar yang sesuai konteks. Kesalahan siswa kelompok sedang pada masalah kedua menurut (Nolting, 2002, 2014) adalah termasuk (1) Conceptual error: Tidak memahami bahwa ukuran perluasan harus mengikuti dimensi lahan (panjang 8 m), (2) Strategic error: Menggunakan strategi mencoba semua faktor 24 tanpa menghubungkannya dengan geometri soal, dan (3) Application error: Dalam gambar/sketsa, siswa menerapkan faktor

yang salah (12×2) pada tanah sehingga bentuk tidak sesuai realitas.

c. Hasil Jawaban Siswa Kelompok Kemampuan Rendah



Gambar 3. Jawaban Siswa Kelompok Low Ability, Masalah Pertama

Pada Gambar 3, jawaban siswa di atas dapat diidentifikasi kesalahan yang dilakukan siswa kelompok rendah dalam menyelesaikan masalah pertama sebagai berikut.

1) Representasi Semiotik Matematis

Terdapat kesalahan Representasi Simbolik (algebraic expression) yakni siswa menuliskan perhitungan awal dengan ($P = 8 \times 10 = 80$). Di sini, siswa salah memahami konteks. Seharusnya yang dihitung adalah luas total lahan atau bagian perluasan, bukan sekadar mengulang luas lahan pertama. Kesalahan juga terlihat pada penggunaan notasi: siswa menuliskan ($Q = 140, m^2$) padahal luas total yang benar adalah $104 m^2$. Ada miskonsepsi dalam membaca informasi soal. Ini menunjukkan kesalahan translasi verbal (verbal expression).

Selanjutnya, terdapat juga kesalahan dalam menggambar ukuran lahan (geometric expression). Siswa menggambar dua sketsa persegi panjang, tetapi tidak konsisten dengan ukuran sebenarnya. Sketsa tidak menunjukkan proporsi ukuran tanah 20×8 , 10×8 , dan perluasan. Gambar hanya bersifat ilustrasi tanpa mendukung model matematis. Terjadi ketidakselarasan simbolik dan visual atau algebraic

expression dengan geometric expression. Pernyataan akhir siswa (verbal expression): “Jadi kemungkinan tanah yang diperluas adalah 6×4 ” tidak sesuai dengan data soal. Jawaban ini muncul dari asumsi pribadi, bukan hasil translasi representasi yang benar. Hal ini dikonfirmasi saat wawancara terkait jawaban ukuran 6×4 , siswa memberi tanggapan, “tidak sesuai seperti halnya”.

2) Tipe Kesalahan Menurut Nolting

Conceptual Error; Siswa tidak memahami konsep bahwa luas total harus 104 m^2 . Ia menuliskan ($Q = 140$), yang jelas tidak sesuai dengan informasi soal. Ini adalah kesalahan pemahaman konsep. *Procedural Error*; Dalam perhitungan ($S = Q - P = 140 - 80 = 24$), prosedur digunakan dengan benar (pengurangan), tetapi salah konteks. Artinya prosedur hitung benar, tetapi diterapkan pada data yang salah. *Representation Error*; Sketsa yang dibuat tidak mencerminkan ukuran sebenarnya (misalnya panjang 20 m tidak tergambar proporsional, dan bagian perluasan tidak ditunjukkan dengan jelas). Ini adalah kesalahan representasi visual. *Application Error*; Siswa mengaplikasikan ide “luas total – luas awal = luas perluasan” secara mekanis, tanpa memeriksa konsistensi dengan data soal (104 m^2). *Strategic Error*; Strategi penyelesaian yang dipilih (mengurangkan $140 - 80$) sama sekali tidak relevan dengan soal. Ini menunjukkan kesalahan dalam memilih strategi pemecahan masalah.

Masalah Kedua

Setelah diskon 20%, harga menjadi Rp9.600. Berapakah harga sebelum

diskon?. Masalah kedua menunjukkan representasi semiotic aspek transformasi konversi dari ekspresi verbal ke ekspresi aljabar, dan sebaliknya, serta transformasi treatment (completion process).

a. Hasil Jawaban Siswa Kelompok Kemampuan Tinggi

$$\frac{20}{100} \times 9.600,00$$

$$= 20 \times 9.600 =$$

$$= 19.200$$

$$= 19.200 + 9.600$$

$$= 28.800$$

dit: harga asli

penyelesaian: $\frac{20}{100} \times 9.600,00 = 19.200,00$

$19.200,00$

$+ 9.600,00$

$28.800,00$

jadi harga sebelum diskon: 28.800,00

Gambar 4. Jawaban Siswa Kelompok High Ability, Masalah Kedua

1) Analisis Representasi Semiotik

Terdapat kesalahan dalam mengekspresikan data (algebraic expression) yang diketahui dari masalah kedua seperti $20\% \times 9.600$. kemudian menambah kembali ke 9.600. Seharusnya: $80\% \times 9.600$. Tampak pula kesalahan dalam verbal expression yakni kesalahan dalam memahami soal. Siswa menganggap 9.600 adalah 100% lalu menambahkan diskon, padahal seharusnya 9.600 adalah 80%. Kesalahan interpretasi bahasa ke symbol (kesalahan konversi dari verbal expression ke algebraic expression).

2) Jenis Kesalahan Menurut Nolting

Terdapat conceptual error, di mana siswa tidak memahami bahwa 9.600 sudah merupakan 80% dari harga asli. Menganggap perlu menambahkan hasil diskon ke harga setelah diskon. Terdapat pula strategic error: siswa menggunakan

strategi “cari diskon dengan menambahkan harga diskon” yang keliru. Tidak membangun model persamaan yang benar. Application error: Perhitungan salah arah ($20\% \times 9.600$) dan bahkan ada kekeliruan aritmetika (sampai muncul angka 28.800).

b. Analisis Hasil Jawaban Siswa Kelompok Kemampuan Sedang

Gambar 5. Jawaban Siswa Kelompok Middle Ability, Masalah Kedua

Pada Gambar 5 dapat diidentifikasi kesalahan yang dilakukan siswa middle ability dalam menyelesaikan masalah pertama sebagai berikut.

1) Analisis Representasi Semiotik

Jawaban siswa yang berkaitan dengan *algebraic expression* dan *completion process*, misalnya pada Gambar 5 (a), siswa menuliskan $9.600 \times 20\% = 1.920$, kemudian menambahkan hasil ini ke harga setelah diskon ($9.600 + 1.920 = 11.520$). Terdapat kesalahan siswa dalam memahami bahwa 20% dikalikan dengan harga setelah diskon, bukan harga awal. Pada jawaban (b), siswa menuliskan $20 \times 9.600 = 19.200$, lalu menambahkan kembali 9.600 sehingga hasilnya 28.800. Siswa salah memaknai persentase diskon sebagai nilai yang harus ditambahkan, bukan dikurangi dari harga awal. Keduanya menghasilkan angka akhir

(11.520 dan 28.800), tetapi angka tersebut tidak sesuai konteks (harga awal seharusnya Rp12.000). Berkaitan dengan *verbal expression*; tidak ada deskripsi yang menghubungkan hasil hitungan dengan makna soal (harga sebelum diskon). Siswa hanya berhenti pada angka akhir tanpa mengecek kesesuaian. Pada saat dikonfirmasi terkait hasil 11.520, siswa menjawab, “untuk mendapatkan harga sebelum diskon, 1920 ditambahkan dengan harga sesudah diskon”.

2) Jenis Kesalahan Menurut Nolting

Terdapat Conceptual Errors; Siswa tidak memahami bahwa harga Rp.9.600 sudah termasuk hasil pengurangan 20% dari harga awal. Mereka salah menempatkan “20%” (dihitung dari harga setelah diskon, bukan harga awal). Procedural Errors terdapat pada (a), prosedur manipulasi persentase salah arah (ditambah ke harga diskon). Pada (b), prosedur perhitungan menghasilkan nilai berlipat ganda akibat salah memaknai persentase. Representation Errors; Siswa gagal membuat model persamaan yang benar, misalnya: $9600 = 0,8 \times \text{Harga Awal}$ sehingga tidak sampai pada Harga Awal = 12.000. Careless Errors; Tidak dilakukan pengecekan kembali apakah hasil logis (harga sebelum diskon seharusnya lebih besar dari Rp9.600 tetapi bukan Rp28.800).

c. Analisis Hasil Jawaban Siswa Kelompok Low Ability

Gambar 6. Jawaban Siswa Kelompok Low Ability, Masalah Kedua

Pada Gambar 6 dapat diidentifikasi kesalahan yang dilakukan siswa *low ability* dalam menyelesaikan masalah kedua sebagai berikut.

1) Analisis Representasi Semiotik

Jawaban siswa yang berkaitan dengan *algebraic expression* dan *completion process*; siswa melakukan penjumlahan sembarang antara harga diskon dan angka 10.000 tanpa alasan matematis. Tidak ada penggunaan konsep diskon 20%. Hasil pekerjaan siswa bagian (b) tampak kesalahan siswa dalam menempatkan harga Rp 9.600,00 sebagai harga awal padahal seharusnya itu adalah harga setelah diskon. Siswa menafsirkan hubungan antara harga awal, diskon, dan harga akhir. Verbal expression: Siswa dapat menuliskan keterangan dengan kata-kata, tetapi tidak tepat dalam menjelaskan hubungan antara harga sebelum diskon, diskon, dan harga sesudah diskon.

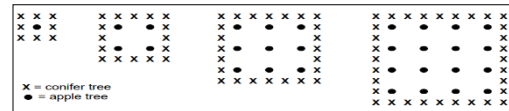
2) Jenis Kesalahan Menurut Nolting

Jenis kesalahan siswa di atas termasuk: (1) Careless Errors: Terlihat pada jawaban (a) ketika siswa menambahkan angka 10.000 tanpa dasar logis. Siswa tidak memperhatikan konsep diskon, hanya asal menambah angka. (2) Conceptual Errors: Pada jawaban (b), siswa salah menafsirkan bahwa harga setelah diskon (Rp 9.600,00) dianggap sebagai harga awal.

Ini menunjukkan miskonsepsi dalam memahami konsep diskon 20%.

Masalah Ketiga

Seorang petani menanam pohon apel dalam pola persegi, dan pohon konifer untuk melindungi pohon apel. Pola pohon apel dan pohon konifer tampak seperti diagram berikut:



Misalkan petani ingin membuat kebun yang lebih besar lagi, tentukan;

1. Berapa banyak pohon konifer dan pohon apel pada baris ke-8?
2. Berapa banyak pohon konifer dan pohon apel pada baris ke- n ?
3. Berikan kesimpulan Anda, Pohon apakah yang paling banyak ?

Masalah ketiga menunjukkan representasi atau transformasi konversi dari verbal expression ke algebraic expression, dan sebaliknya, dari gambar (visual) ke verbal, visual ke aljabar, aljabar ke verbal (simpulan).

a. Analisis Hasil Jawaban Siswa Kelompok High Ability

Gambar 7. Jawaban Siswa Kelompok High Ability, Masalah Ketiga

1) Analisis Representasi Semiotik

Representasi verbal (verbal expression); Siswa dapat memahami konteks soal (pohon apel ditanam dalam

pola persegi, pohon konifer sebagai pelindung), tetapi deskripsi yang dibuat dalam bentuk kalimat kurang lengkap. Pada kesimpulan, siswa hanya menuliskan "pohon apel dan konifer sama banyak", padahal seharusnya ada perbedaan jumlah yang jelas. Expressi visual (graphical expression) tidak digunakan kembali oleh siswa untuk mendukung perhitungan. Padahal representasi visual dapat membantu melihat pola penambahan jumlah pohon dari baris ke baris. Representasi simbolik (algebraic ekspression), jawaban (a): siswa menggunakan pola perkalian sederhana, misalnya $A = 8 \times n$, namun salah dalam memaknai struktur aljabar dari pola persegi. Jawaban (b): siswa menuliskan $Un + 30$ atau $Un + 80$, tetapi bentuk persamaan tidak konsisten dengan makna konteks (jumlah pohon). Rumus yang ditulis terlihat asal substitusi tanpa membangun model aljabar yang benar. *Completion process*; Siswa melakukan operasi hitung dengan benar secara aritmetis (contoh: $4(8) + 30 = 624(8) + 30 = 624(8) + 30 = 62$), tetapi salah dalam menghubungkan hasil numerik dengan konteks soal yakni menyimpulkan jumlah pohon terbanyak antara jumlah pohon apel dan konifer (verbal expression).

2) Jenis Kesalahan Menurut Nolting

Conceptual Errors; Siswa salah memahami konsep pola persegi dan hubungan antara pohon apel serta konifer. Mereka menganggap jumlah pohon dapat langsung diperoleh dari perkalian sederhana atau penambahan konstanta, tanpa melihat struktur pertumbuhan pola. *Procedural Errors*: Siswa menuliskan rumus seperti $Un + 30$ atau $Un + 80$, tetapi prosedur

penyusunan rumus tidak logis. Langkah-langkah penyelesaian tidak konsisten dengan aljabar yang benar. Siswa dapat memaknai atau memahami rumus pola yang digunakan. Saat ditanya 30 di dapat dari mana, siswa menjawab "dari menghitung titik-titik pada gambar". Siswa menghitung jumlah keseluruhan titik (bulatan) gambar pertama sampai keempat pada soal. *Representation Errors*: Siswa gagal menghubungkan representasi visual (pola tanam) dengan model aljabar yang tepat. Hanya fokus pada manipulasi angka tanpa memperhatikan arti dari simbol dalam konteks soal. *Careless Errors*: Ada bagian jawaban yang menunjukkan siswa terburu-buru, misalnya menghapus/mencoret model aljabar tanpa memperbaiki secara benar. Kesimpulan "jumlah pohon sama banyak" tidak sesuai dengan perhitungan sebelumnya.

b. Analisis Hasil Jawaban Siswa Kelompok Middle Ability

Gambar 8. Jawaban Siswa Kelompok Middle Ability, Masalah Ketiga

1) Analisis Representasi Semiotik

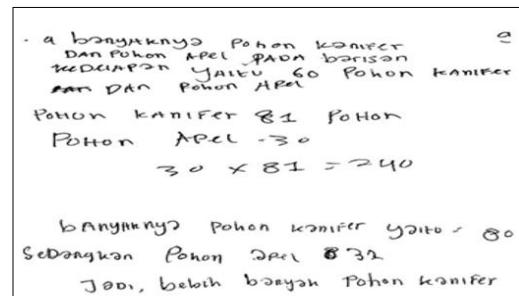
Representasi simbolik (*algebraic ekspression*); Siswa mencoba menggunakan bentuk umum barisan $Un = a + (n - 1)b$, tetapi salah menafsirkan konteks. Misalnya: Pada bagian pertama ditulis $48 = (8 + 1)(8)$ yang tidak konsisten dengan konsep barisan atau pola persegi. Penulisan rumus seperti $U8 = (a +$

$1n) 6$ atau $U8 = (1 + 8)3$ tidak jelas hubungannya dengan pola pohon apel dan konifer. Rumus-rumus ini terlihat hasil manipulasi simbol tanpa makna kontekstual. Representasi numerik (completion process); Siswa menghasilkan angka-angka (contoh: 128, 27, 110), tetapi hasilnya tidak dapat ditafsirkan secara benar sebagai jumlah pohon apel atau konifer. Angka tersebut muncul dari perhitungan formal yang keliru. Graphical expression; Siswa sama sekali tidak menggunakan pola visual (persegi pohon apel dikelilingi konifer) untuk memvalidasi model aljabar. Hal ini menyebabkan kehilangan makna dari soal. Verbal expression; Tidak ada penjelasan deskriptif mengenai pohon apel dan konifer. Siswa hanya berfokus pada simbol dan angka tanpa menghubungkannya kembali pada pertanyaan (berapa pohon apel? berapa konifer? pohon mana paling banyak?)

2) Jenis Kesalahan Menurut Nolting

Conceptual Errors; Siswa tidak memahami bahwa pola tanaman mengikuti bentuk persegi dan barisan berpola geometri/kuadrat, bukan aritmetika linear. Siswa juga menerapkan rumus barisan aritmetika yang tidak sesuai konteks. Procedural Errors; Penggunaan rumus $Un = a + (n - 1)b$ secara tidak tepat. Substitusi n ke dalam rumus tidak konsisten (misalnya, $U8 = (1 + 8)3$). Representation Errors; siswa gagal menerjemahkan pola visual (tanaman persegi) ke dalam model matematis yang tepat. Representasi simbolik terlepas dari makna kontekstual. Careless Errors; Ada langkah hitungan yang tidak logis (contoh: $48 = (8 + 1)(8)$). Hasil akhir tidak dikaitkan kembali ke konteks soal (jumlah pohon apel/konifer).

c. Analisis Hasil Jawaban Kelompok Low Ability



Gambar 9. Jawaban Siswa Kelompok Low Ability, Masalah Ketiga

1) Analisis Representasi Semiotik

Algebraic expression; Siswa mencoba menggunakan bentuk umum barisan $Un = a + (n - 1)b$, tetapi salah menafsirkan konteks. Misalnya: Pada bagian pertama ditulis $48 = (8 + 1)(8)$ yang tidak konsisten dengan konsep barisan atau pola persegi. Penulisan rumus seperti $U8 = (a + 1n)6$ atau $U8 = (1 + 8)3$ tidak jelas hubungannya dengan pola pohon apel dan konifer. Rumus-rumus ini terlihat hasil manipulasi simbol tanpa makna kontekstual. Representasi numerik (completion process); Siswa menghasilkan angka-angka (contoh: 128, 27, 110), tetapi hasilnya tidak dapat ditafsirkan secara benar sebagai jumlah pohon apel atau konifer. Angka tersebut muncul dari perhitungan formal yang keliru. Representasi visual/pictorial Siswa sama sekali tidak menggunakan pola visual (persegi pohon apel dikelilingi konifer) untuk memvalidasi model aljabar. Hal ini menyebabkan kehilangan makna dari soal. Representasi verbal; Tidak ada penjelasan deskriptif mengenai pohon apel dan konifer. Siswa hanya berfokus pada simbol dan angka tanpa menghubungkannya kembali pada

pertanyaan (berapa pohon apel? berapa konifer? pohon mana paling banyak?).

2) Jenis Kesalahan Menurut Nolting

Conceptual Errors: Siswa tidak memahami bahwa pola tanaman mengikuti bentuk persegi dan barisan berpola geometri/kuadrat, bukan aritmetika linear. Siswa menerapkan rumus barisan aritmetika yang tidak sesuai konteks. *Procedural Errors*: Penggunaan rumus $Un = a + (n - 1)b$ secara tidak tepat. Substitusi n ke dalam rumus tidak konsisten (misalnya, $U8 =$

$(1 + 8)3$. *Representation Errors*; Gagal menerjemahkan pola visual (tanaman persegi) ke dalam model matematis yang tepat. Representasi simbolik terlepas dari makna kontekstual. *Careless Errors*; terdapat langkah hitungan yang tidak logis (contoh: $48 = (8 + 1)(8)$). Hasil akhir tidak dikaitkan kembali ke konteks soal (jumlah pohon apel ataupun konifer).

Berdasarkan hasil analisis terhadap pekerjaan siswa, rekapan temuan disajikan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Rekapitulasi Hasil Analisis Kesalahan dan Representasi Bermasalah pada Setiap Kelompok Siswa

Kelompok Siswa	Masalah yang Diberikan	Kesalahan Dominan	Representasi Bermasalah
High Ability	Masalah 1: Perluasan Lahan	Conceptual error, strategic error, application error	Algebraic expression, Geometric expression
Middle Ability	Masalah 1: Perluasan Lahan	Conceptual error, strategic error, application error	Algebraic expression, Geometric expression
Low Ability	Masalah 1: Perluasan Lahan	Conceptual error, procedural error, representation error, application error, strategic error	Verbal expression, Algebraic expression, Algebraic expression, Geometric expression
High Ability	Masalah 2: Diskon 20%	Conceptual error, strategic error, application error	Verbal expression, Algebraic expression
Middle Ability	Masalah 2: Diskon 20%	Conceptual error, procedural error, representation error, careless error	Verbal expression, Algebraic expression; Completion process
Low Ability	Masalah 2: Diskon 20%	Careless error, conceptual error	Verbal expression, Algebraic expression
High Ability	Masalah 3: Pola Pohon Apel dan Konifer	Conceptual error, procedural error, representation error, careless error	Visual/graphical expression - Algebraic expression; Algebraic expression-Verbal expression
Middle Ability	Masalah 3: Pola Pohon Apel dan Konifer	Conceptual error, procedural error, representation error, careless error	Graphical expression, Algebraic expression

Low Ability	Masalah 3: Pola Pohon Apel dan Konifer	Conceptual error, procedural error, representation error, careless error	Visual/pictorial expression-Algebraic expression; Algebraic expression-Verbal expression
Semua Kelompok	Ketiga Masalah	Representation error dan conceptual error paling dominan	Keterhubungan verbal, simbolik, visual/geometrik, dan numerik masih lemah

PEMBAHASAN

Hasil analisis jawaban siswa pada ketiga masalah menunjukkan adanya perbedaan pola kesalahan antara kelompok high ability, middle ability, dan low ability. Pada masalah pertama (perluasan lahan), siswa dari berbagai kelompok kemampuan menunjukkan kelemahan dalam menghubungkan representasi simbolik (algebraic expression) dengan geometric expression. Misalnya, siswa dapat menuliskan ekspresi aljabar dengan benar, tetapi gagal menggambarkan sketsa geometri yang sesuai. Temuan ini sejalan dengan penelitian (Adu-Gyamfi et al., 2012; Bossé et al., 2014) yang diperkuat oleh studi terbaru mengenai *representational fluency* dan *representational consistency* yang menunjukkan bahwa siswa sering mengalami hambatan ketika harus menghubungkan persamaan, grafik (Klein et al., 2021; Maries et al., 2016). Selain itu, penelitian terbaru menunjukkan bahwa kemampuan siswa dalam menerjemahkan representasi matematis tidak bersifat seragam. Siswa dapat menunjukkan strategi dan hambatan yang berbeda ketika harus menghubungkan bentuk simbolik, grafik, numerik, dan visual-geometris, terutama pada tugas yang menuntut

koordinasi antarrepresentasi. Perbedaan tersebut tampak, misalnya, ketika siswa membaca grafik fungsi, menentukan persamaan dari grafik, atau menghubungkan prosedur aljabar dengan makna geometrisnya (Gaona et al., 2022; Ziatdinov & Valles, 2022). Temuan serupa juga dilaporkan (Mercan Erdoğan et al., 2021) yang menemukan bahwa siswa kelas 9 masih memiliki kemampuan translasi representasi yang rendah dalam konteks aljabar. Pada kelompok middle ability, strategi coba-coba dalam menentukan faktor dari 24 tanpa mempertimbangkan konteks dimensi tanah menunjukkan adanya *strategic error*. Pada kelompok middle ability, strategi coba-coba dalam menentukan faktor dari 24 tanpa mempertimbangkan konteks dimensi tanah menunjukkan adanya *strategic error*. Menurut (Radford, 2000) dan diperkuat oleh (Kouropatov & Dreyfus, 2014) siswa sering kali menggunakan strategi prosedural yang tidak didukung oleh pemahaman konseptual, sehingga jawaban yang dihasilkan tidak konsisten dengan konteks masalah. Selain itu, kesalahan aplikasi (*application error*) terlihat pada sketsa yang tidak sesuai dengan kondisi geometri. Hal ini selaras dengan penelitian (Hannula et al., 2016) yang menegaskan bahwa representasi

visual berfungsi tidak hanya sebagai ilustrasi, tetapi juga sebagai alat berpikir dalam pemecahan masalah. Siswa low ability pada masalah pertama memperlihatkan kelemahan yang lebih mendasar, yaitu salah memahami informasi kontekstual ($Q = 104$ salah ditulis sebagai 160). Kesalahan konseptual semacam ini menunjukkan adanya miskonsepsi dalam memahami makna simbol aljabar. Temuan (Hart et al., 1984) masih relevan hingga kini, tetapi penelitian terbaru oleh (Mathaba et al., 2024) menunjukkan bahwa miskonsepsi siswa banyak dipengaruhi oleh lemahnya keterhubungan antar representasi verbal, simbolik, dan visual. Hal ini konsisten dengan teori (Duval, 2006) yang menegaskan bahwa pemahaman matematis membutuhkan kemampuan konversi antar representasi. Pada masalah kedua (diskon 20%), siswa dari kelompok high ability, middle ability, maupun low ability banyak melakukan kesalahan dalam mengonversi informasi verbal ke simbolik. Kesalahan konseptual terlihat jelas ketika siswa menganggap Rp9.600 sebagai harga awal, padahal seharusnya itu adalah 80% dari harga awal. Hal ini sejalan dengan (Ng & Lee, 2009) serta diperkuat oleh (Lesh & Harel, 2003) bahwa salah satu kesulitan utama dalam problem solving aljabar adalah membangun model matematis dari informasi verbal. Kesalahan ini juga terkait dengan kegagalan siswa memahami konsep proporsi.

Kesalahan prosedural dan representasional pada kelompok middle ability terlihat ketika siswa menuliskan $9.600 \times 20\% = 1.920$, lalu menambahkan kembali ke harga setelah diskon. Prosedur ini salah arah karena siswa

tidak memahami konsep dasar persentase. Penelitian oleh (Mellone et al., 2014) masih relevan, dan penelitian (Azzahra & Herman, 2022) menambahkan bahwa siswa sering terlalu berfokus pada operasi aritmetika tanpa memeriksa konsistensi logis dari solusi. Kesalahan ceroboh (*careless error*) juga muncul ketika siswa tidak memeriksa kembali jawabannya, sejalan dengan temuan (Oudman et al., 2022) serta diperkuat oleh (Sanjosé et al., 2024) yang menekankan pentingnya refleksi dalam pembelajaran matematika.

Pada masalah ketiga (pola pohon apel dan konifer), siswa dari semua kelompok kemampuan mengalami kesulitan dalam membangun model aljabar yang benar dari representasi visual pola persegi. Kelompok tinggi cenderung menuliskan rumus tidak konsisten misalnya $Un + 30$, sedangkan kelompok sedang dan rendah salah menerapkan rumus barisan aritmetika linear untuk pola kuadrat. Kesalahan ini menunjukkan adanya *conceptual error* dan *representation error*. Hal ini konsisten dengan penelitian (Stacey, 1989) yang menemukan bahwa siswa sering salah menerjemahkan pola visual karena mengandalkan prosedur rutin. Penelitian (Mulligan & Mitchelmore, 2009) juga relevan, ditambah dengan temuan (Cooper, 2008) bahwa pemahaman pola visual merupakan fondasi penting dalam perkembangan berpikir aljabar.

Secara umum, temuan dari ketiga masalah memperlihatkan bahwa kesalahan siswa tidak hanya bersifat prosedural, tetapi juga representasional dan konseptual. Dominannya *representation error* mendukung temuan

(Castro et al., 2022) sekaligus dikuatkan oleh (Eric & Hala, 2022) yang menekankan bahwa fleksibilitas representasi adalah inti dari berpikir matematis. Dari sisi klasifikasi (Nolting, 2002) kesalahan siswa dapat dikategorikan ke dalam *conceptual errors*, *procedural errors*, *strategic errors*, *application errors*, *representation errors*, dan *careless errors*. Hal ini sejalan dengan penelitian terbaru oleh (Fumador & Agyei, 2018) serta diperkuat oleh (Hadiyanti & Manurung, 2025) yang menunjukkan bahwa kesalahan siswa muncul dari interaksi kompleks antara miskonsepsi, kelemahan prosedural, dan keterbatasan representasional.

Dengan demikian, pembahasan ini menegaskan pentingnya pendekatan pembelajaran yang mengintegrasikan berbagai representasi semiotik dan memberikan kesempatan bagi siswa untuk merefleksikan keterkaitan antara simbol, gambar, verbal, dan konteks nyata. Selain itu, guru perlu memperhatikan *ways of thinking* siswa dalam memecahkan masalah, sebagaimana ditekankan oleh (Fonger et al., 2020), melalui hasil penelitiannya yang menekankan bahwa fleksibilitas berpikir dan representasi merupakan kunci untuk meningkatkan pemahaman konseptual aljabar.

4. KESIMPULAN

Penelitian ini menyimpulkan bahwa kesalahan siswa SMP dalam pemecahan masalah aljabar muncul dalam berbagai bentuk yang saling berkaitan, meliputi kesalahan konseptual, prosedural, representasional, strategis, aplikasi, serta kesalahan ceroboh. Analisis pada tiga masalah

kontekstual menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan tinggi, sedang, maupun rendah tetap menghadapi tantangan dalam menghubungkan representasi semiotik matematis, terutama dalam melakukan konversi antar bentuk simbolik, visual, dan verbal. Kesalahan yang dilakukan tidak semata disebabkan oleh kelemahan hitung, tetapi berakar pada keterbatasan pemahaman konseptual dan *ways of thinking* matematis. Oleh karena itu, pembelajaran aljabar perlu dirancang dengan menekankan integrasi berbagai representasi semiotik, memberikan kesempatan refleksi, serta membimbing siswa dalam mengembangkan cara berpikir struktural, analitis, relasional, simbolik, dan kontekstual. Dengan pendekatan demikian, diharapkan siswa tidak hanya terampil dalam prosedur, tetapi juga memiliki pemahaman konseptual yang lebih mendalam untuk mendukung kemampuan problem solving aljabar secara berkelanjutan.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Adu-Gyamfi, K., Stiff, L. V., & Bossé, M. J. (2012). Lost in Translation: Examining Translation Errors Associated With Mathematical Representations. *School Science and Mathematics*, 112(3), 159–170.
<https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x>
- Azzahra, N., & Herman, T. (2022). STUDENTS' LEARNING OBSTACLES IN SOCIAL ARITHMETIC. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(1), 187.
<https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i1.4621>

- Bossé, M. J., Adu-Gyamfi, K., & Chandler, K. (2014). *Students' Differentiated Translation Processes*.
- Castro, E., Cañadas, M. C., Molina, M., & Rodríguez-Domingo, S. (2022). Difficulties in semantically congruent translation of verbally and symbolically represented algebraic statements. *Educational Studies in Mathematics*, *109*(3), 593–609.
<https://doi.org/10.1007/s10649-021-10088-3>
- Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*.
<https://doi.org/10.1007/S10649-007-9092-2>
- Dahiana, W. O., & Halija, W. (2024). *Representasi Semiotik dalam Pemecahan Masalah Aljabar*. Penerbit Adab.
- Dahiana, W. O., Herman, T., Nurlaelah, E., & Pereira, J. (2023). Student Semiotic Representation Skills in Solving Mathematics Problems. *Jurnal Didaktik Matematika*, *10*(1), 34–47.
<https://doi.org/10.24815/jdm.v10i1.30770>
- Damayanti, D. (2024). ANALISIS KESALAHAN REPRESENTASI MATEMATIS SISWA PADA MATERI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL BERDASARKAN TEORI NOLTING. *CENDEKIA: Jurnal Ilmu Pengetahuan*, *4*(4), 432–439.
<https://doi.org/10.51878/cendekia.v4i4.3365>
- Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*, 103–131.
<https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Eric, C.-S., & Hala, G. (2022). Supporting Understanding Using Representations. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, *115*(6), 394–403.
<https://doi.org/10.5951/MTLT.2021.0155>
- Ferretti, F., Gambini, A., & Spagnolo, C. (2024). Management of semiotic representations in mathematics: Quantifications and new characterizations. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *12*(1), 11–20.
<https://doi.org/10.30935/scimath/13827>
- Fonger, N. L., Ellis, A. B., & Dogan, M. F. (2020). A quadratic growth learning trajectory. *The Journal of Mathematical Behavior*, *59*, 100795.
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100795>
- Fumador, E., & Agyei, D. (2018). *Students' Errors and Misconceptions in Algebra: Exploring the Impact of Remedy Using Diagnostic Conflict and Conventional Teaching Approaches*. *6*, 1–15.
- Gaona, J., Rodrigo Hernández, Felipe Guevara, & Víctor Bravo. (2022). Influence of a Function's Coefficients and Feedback of the Mathematical Work When Reading a Graph in an Online Assessment System. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*, *17*(20), 77–98.
<https://doi.org/10.3991/ijet.v17i20.32641>
- Hadiyanti, Y. R., & Manurung, M. M. H. (2025). A Qualitative Analysis of Students' Errors in Fraction Word

- Problems Based on Polya's Stages of Problem Solving: Evidence from Papua, Indonesia. *Edumatica: Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(2). <https://doi.org/10.22437/edumatica.v15i2.43746>
- Hannula, M. S., Di Martino, P., Pantziara, M., Zhang, Q., Morselli, F., Heyd-Metzuyanim, E., Lutovac, S., Kaasila, R., Middleton, J. A., Jansen, A., & Goldin, G. A. (2016). *Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education: An Overview of the Field and Future Directions*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32811-9>
- Hart, K. M., Brown, M. L., Hart, K. M., & Booth, L. R. (1984). *Ratio: Children's Strategies and Errors A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*.
- Hong, Y., Li, Q., Gong, R., Ciao, D., Huang, S., & Zhu, S.-C. (2021). SMART: A Situation Model for Algebra Story Problems via Attributed Grammar. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 35(14), 13009–13017. <https://doi.org/10.1609/aaai.v35i14.17538>
- Klein, P., Burkard, N., Hahn, L., Dahlkemper, M. N., Eberle, K., Jaeger, T., Kuhn, J., & Herrlich, M. (2021). Coordinating vector field equations and diagrams with a serious game in introductory physics. *European Journal of Physics*, 42(4), 045801. <https://doi.org/10.1088/1361-6404/abef5c>
- Kouropatov, A., & Dreyfus, T. (2014). Learning the integral concept by constructing knowledge about accumulation. *ZDM*, 46, 533–548. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0571-5>
- Kuo, E., Hull, M. M., Elby, A., & Gupta, A. (2019). Mathematical Sensemaking as Seeking Coherence between Calculations and Concepts: Instruction and Assessments for Introductory Physics. *ArXiv: Physics Education*. <https://www.semanticscholar.org/paper/4bc4b2869f1ab4ba38c2ba72d2c087f98d73df61>
- Leikin, R. (2009). Development of teachers' conceptions through learning and teaching: Meaning and potential of multiple-solution tasks. *Canadian Journal of Science Mathematics and Technology Education*, 9, 203.
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). *Problem Solving, Modeling, and Local Conceptual Development*.
- Li, Y., & Schoenfeld, A. H. (2019). Problematizing teaching and learning mathematics as “given” in STEM education. *International Journal of STEM Education*, 6(1), 44, s40594-019-0197-0199. <https://doi.org/10.1186/s40594-019-0197-9>
- Maries, A., Lin, S.-Y., & Singh, C. (2016). *The impact of students' epistemological framing on a task requiring representational consistency*. 212–215. <https://doi.org/10.1119/perc.2016.pr.048>
- Mathaba, P. N., Bayaga, A., Tîrnovan, D., & Bossé, M. J. (2024). Error analysis in algebra learning: Exploring misconceptions and cognitive levels. *Journal on Mathematics Education*, 15(2), 575–592.

- <https://doi.org/10.22342/jme.v15i2.pp575-592>
- Mellone, M., Verschaffel, L., & Dooren, W. V. (2014). *MAKING SENSE OF WORD PROBLEMS: THE EFFECT OF REWORDING AND DYADIC INTERACTION*.
- Mercan Erdoğan, S., ÇetiN, H., & Ari, K. (2021). Development of Multiple Representation Translating Measurement Tool and Examination of 9th Grade Students' Multiple Representations Translate Skills in Algebra. *Acta Didactica Napocensia*, 14(2), 160–180. <https://doi.org/10.24193/adn.14.2.12>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (Edition 3). Sage.
- Muharani, A., Kurniadi, E., & Araiku, J. (2025). *Kemampuan Representasi Matematis Siswa dalam Pembelajaran Pemodelan Matematika pada Materi Aplikasi Program Linear*. 09(01).
- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49. <https://doi.org/10.1007/BF03217544>
- Ng, S. F., & Lee, K. (2009). The Model Method: Singapore Children's Tool for Representing and Solving Algebraic Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 282–313. <https://doi.org/10.5951/jresemathe.40.3.0282>
- Nolting, P. D. (2002). *Winning at Math*. Academic Success Press Inc.
- Nolting, P. D. (with Internet Archive). (2014). *Winning at math: Your guide to learning mathematics through successful study skills*. Bradenton, FL : Academic Success Press, Inc. http://archive.org/details/winninga_tmathyou0000nolt_o8k1
- Oudman, S., van de Pol, J., & van Gog, T. (2022). Effects of self-scoring their math problem solutions on primary school students' monitoring and regulation. *Metacognition and Learning*, 17(1), 213–239. <https://doi.org/10.1007/s11409-021-09281-9>
- Putri, A. A., Priatna, N., & Kusnandi, K. (2023). Analysis of Student Errors in Solving Mathematics Problems Based on Newman Procedure and Providing Scaffolding. *Numerical: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 7(2), 321–332. <https://doi.org/10.25217/numerical.v7i2.3993>
- Putri, A., & Basir, M. A. (2025). *Identifikasi Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Numerasi: Tinjauan melalui Kerangka Teori Nolting*.
- Qurohman, M. T., Wijayanto, Z., & Suwanto, S. (2025). *Investigating Critical Thinking Indicators in the Context of Algebra Problem Solving: A Study in Indonesia*.
- Radford, L. (2000). *SIGNS AND MEANINGS IN STUDENTS' EMERGENT ALGEBRAIC THINKING: A SEMIOTIC ANALYSIS*.
- Reinhard, A., Felleson, A., Turner, P. C., & Green, M. (2022). Assessing the impact of metacognitive postreflection exercises on problem-solving skillfulness. *Physical Review Physics*

- Education Research*, 18(1), 010109.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.18.010109>
- Soesanto, R. H. (2021). A Review Of Student Error Analysis In Linear Algebra Course Based On Kastolan Stage Model. *De Fermat : Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 1–12. Retrieved from <https://jurnal.pmat.uniba-bpn.ac.id/index.php/DEFERMAT/article/view/147>
- Sanjosé, V., Gómez-Ferragud, C. B., & Solaz-Portolés, J. J. (2024). Online processing while monitoring worked-out examples with embedded errors: Defining university student profiles. *European Journal of Psychology of Education*, 39(1), 297–317. <https://doi.org/10.1007/s10212-023-00685-6>
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2). <https://findanexpert.unimelb.edu.au/scholarlywork/1355979-finding-and-using-patterns-in-linear-generalising-problems>
- Susanti, Y. T. (2018). *Profil Berpikir Kreatif Menurut Wallas dalam Menyelesaikan Soal Materi Balok Ditinjau dari Tipe Kepribadian Florence Littauer Siswa Kelas VIII G*.
- Ziatdinov, R., & Valles, J. R. (2022). Synthesis of Modeling, Visualization, and Programming in GeoGebra as an Effective Approach for Teaching and Learning STEM Topics. *Mathematics*, 10(3), 398. <https://doi.org/10.3390/math10030398>