

## PERAN PEMBUKTIAN DALAM MATEMATIKA SEBAGAI FONDASI KEBENARAN DAN KEPASTIAN ILMIAH

Rahsinta Inayah Septhaliva<sup>1</sup>, Angita<sup>2</sup>, Sella Gushalimah<sup>3</sup>, Fefi Mareta Putri<sup>4</sup>, Nabil  
Rullah<sup>5</sup>, Ferdi Ahmad Subarkah<sup>6</sup>, Muhammad Win afgani<sup>7</sup>

Universitas Islam Negeri Raden Fatah Palembang<sup>1,2,3,4,5,6,7</sup>

pos-el : [rahshintainayah29@gmail.com](mailto:rahshintainayah29@gmail.com)<sup>1</sup>, [angitaa41@gmail.com](mailto:angitaa41@gmail.com)<sup>2</sup>, [sellagus10@gmail.com](mailto:sellagus10@gmail.com)<sup>3</sup>,  
[fefimarethaputri@gmail.com](mailto:fefimarethaputri@gmail.com)<sup>4</sup>, [mr.rullah1011@gmail.com](mailto:mr.rullah1011@gmail.com)<sup>5</sup>, [ferdiahmadsubarkah@gmail.com](mailto:ferdiahmadsubarkah@gmail.com)<sup>6</sup>,  
[muhhammadwinafgani\\_uin@radenfatah.ac.id](mailto:muhhammadwinafgani_uin@radenfatah.ac.id)<sup>7</sup>

### ABSTRAK

Artikel ini mengkaji peran pembuktian dalam matematika sebagai fondasi kebenaran dan kepastian ilmiah melalui metode library research, yang melibatkan tinjauan mendalam terhadap literatur akademik dari berbagai sumber seperti jurnal filsafat matematika, hasil penelitian sebelumnya, dan artikel ilmiah terkini. Penelitian ini menganalisis bagaimana pembuktian matematika, dengan logika deduktifnya yang ketat, mampu menghasilkan kebenaran yang absolut dan tak tergantikan, berbeda dari pendekatan empiris di ilmu-ilmu lain yang sering kali bersifat probabilistik. Melalui contoh-contoh seperti teorema pythagoras atau bukti keberadaan bilangan prima tak terbatas, artikel ini menguraikan bagaimana pembuktian matematika menjadi model bagi pencarian kebenaran di bidang lain, seperti fisika dan ilmu komputer. Temuan utama menunjukkan bahwa dalam era digital saat ini, di mana data besar dan algoritma mendominasi, pembuktian matematika tetap relevan untuk memvalidasi kebenaran, mencegah kesalahan logis, dan memperkuat fondasi pengetahuan manusia. Kesimpulan dari penelitian ini menggaris bawahi pentingnya pembuktian sebagai alat kritis untuk menghadapi keraguan, sekaligus menginspirasi integrasi antara matematika dan disiplin ilmu lainnya.

**Kata kunci : kebenaran, kepastian ilmiah, pembuktian matematika**

### ABSTRACT

*This article examines the role of proof in mathematics as a foundation for scientific truth and certainty through library research, involving an in-depth review of academic literature from various sources such as philosophy of mathematics journals, previous research results, and recent scientific articles. The research analyzes how mathematical proof, with its rigorous deductive logic, is able to produce absolute and irreplaceable truths, unlike the often probabilistic empirical approaches in other sciences. Through examples such as the Pythagorean theorem or the proof of the existence of infinite prime numbers, the article outlines how mathematical proof serves as a model for the search for truth in other fields, such as physics and computer science. The main findings show that in today's digital age, where big data and algorithms dominate, mathematical proof remains relevant for validating truth, preventing logical fallacies, and strengthening the foundations of human knowledge. The conclusions of this research underscore the importance of proof as a critical tool for addressing doubt, while also inspiring integration between mathematics and other disciplines.*

**Keywords : truth, scientific certainty, mathematical proof**

### 1. PENDAHULUAN

Matematika dipahami sebagai disiplin ilmu yang bertumpu pada penalaran deduktif, di mana kebenaran

suatu pernyataan diperoleh melalui proses pembuktian yang logis dan sistematis. Setiap konsep, definisi, maupun teorema dalam matematika

harus dapat dibuktikan agar dapat diterima secara ilmiah. Dengan demikian, pembuktian menempati posisi yang sangat penting sebagai landasan epistemologis dalam membangun struktur pengetahuan matematika. Pembuktian tidak hanya berfungsi sebagai sarana untuk memverifikasi kebenaran, tetapi juga sebagai alat untuk menjelaskan dasar logis yang mendasari diterimanya suatu pernyataan matematis sebagai kebenaran (Netti, 2018).

Selain menjamin kebenaran suatu pernyataan, pembuktian juga memiliki peran strategis dalam pengembangan kemampuan berpikir ilmiah. Aktivitas pembuktian menuntut konsistensi logika, ketepatan dalam menggunakan definisi, serta kemampuan mengaitkan premis dengan kesimpulan yang sah. Rahmah (2018) menyatakan bahwa pembuktian merepresentasikan hakikat berpikir matematis yang rasional dan terstruktur. Pandangan ini diperkuat oleh Dewi dan Dasari (2023) yang menegaskan bahwa *reasoning* dan *proof* merupakan kompetensi fundamental dalam pembelajaran matematika modern.

Meskipun demikian, berbagai hasil penelitian di Indonesia menunjukkan bahwa kemampuan pembuktian matematis baik pada siswa maupun mahasiswa masih relatif rendah. Netti (2018) menemukan bahwa mahasiswa kerap mengalami kesulitan dalam menyusun argumen deduktif yang runtut dan valid. Selanjutnya, Dewi dan Dasari (2023) melalui kajian *systematic literature review* mengungkapkan bahwa sebagian besar peserta didik belum mampu menerapkan strategi pembuktian secara tepat, khususnya pada pembuktian dengan metode

kontradiksi dan induksi matematika. Temuan-temuan tersebut mengindikasikan bahwa pembuktian masih sering dipahami sebatas prosedur formal, belum sebagai proses penalaran ilmiah yang bermakna.

Dari sisi lain, (Dewi & Dasari, 2023) melalui kajian *Systematic Literature Review* menemukan bahwa sebagian besar penelitian mengenai pembuktian matematis masih terfokus pada bentuk pembuktian langsung, sementara pembuktian kontradiksi, kontraposisi, maupun induksi matematika belum banyak dikaji. Padahal, beragam bentuk pembuktian tersebut memiliki potensi besar dalam mengembangkan fleksibilitas berpikir serta kemampuan memahami konsep dari berbagai sudut pandang. Pembuktian berfungsi tidak hanya untuk membenarkan suatu pernyataan, tetapi juga untuk menjelaskan mengapa pernyataan tersebut benar. Pernyataan ini memperlihatkan bahwa pembuktian memiliki nilai epistemologis sekaligus pedagogis yang tidak terpisahkan dalam proses berpikir matematis.

Pembuktian matematika dalam konteks pembelajaran tidak hanya merupakan rangkaian langkah logis untuk memastikan kebenaran suatu pernyataan, tetapi juga menjadi sarana untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif, karena prosesnya memandu siswa untuk menganalisis hubungan konsep, berpindah dari pengamatan ke abstraksi, serta menyusun alasan secara sistematis, sehingga pembuktian memiliki makna intelektual yang lebih luas dan memberikan pengalaman berpikir yang bermakna dalam memahami keteraturan

matematika (Sutarni & Gatiniggsih, 2022).

Berdasarkan kondisi tersebut, pembuktian perlu dipandang sebagai aktivitas intelektual yang memiliki nilai epistemologis dan pedagogis. Pembuktian tidak hanya bertujuan untuk memastikan kebenaran matematis, tetapi juga berkontribusi dalam mengembangkan kemampuan berpikir kritis, reflektif, dan logis. Oleh karena itu, kajian ini bertujuan untuk menegaskan kembali peran pembuktian dalam matematika sebagai fondasi kebenaran dan kepastian ilmiah, khususnya dalam konteks pendidikan matematika di Indonesia.

## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode studi kepustakaan (*library research*) yang bersifat deskriptif-analitis. Pendekatan ini dipilih karena penelitian bertujuan untuk mengkaji secara mendalam konsep, makna, serta peran pembuktian dalam matematika sebagai fondasi kebenaran dan kepastian ilmiah melalui penelaahan literatur ilmiah yang relevan. Studi kepustakaan memungkinkan peneliti untuk menganalisis berbagai pandangan teoretis dan hasil penelitian empiris tanpa melakukan pengumpulan data lapangan secara langsung, sebagaimana telah diterapkan dalam kajian kemampuan pembuktian matematis di Indonesia (Dewi & Dasari, 2023).

Sumber data penelitian diperoleh dari artikel jurnal nasional terakreditasi, prosiding seminar nasional, serta repositori perguruan tinggi di Indonesia yang diterbitkan dalam rentang waktu tujuh tahun terakhir, yaitu tahun 2018

hingga 2025. Literatur yang dipilih memuat pembahasan mengenai pembuktian matematis, kemampuan pembuktian, kesalahan dalam pembuktian, serta strategi pembelajaran pembuktian dalam konteks pendidikan matematika. Proses pemilihan sumber dilakukan melalui penelusuran basis data daring seperti *Google Scholar*, Garuda, dan Neliti dengan kata kunci “pembuktian matematis”, “kemampuan pembuktian”, dan “pembelajaran pembuktian”, sebagaimana prosedur yang digunakan dalam kajian literatur sistematis oleh Lubis (2024).

Teknik pengumpulan data dilakukan dengan membaca secara cermat setiap sumber terpilih, kemudian mencatat dan mengelompokkan informasi penting yang berkaitan dengan peran pembuktian dalam menjamin kebenaran matematis, pola kesulitan peserta didik dalam pembuktian, serta implikasinya dalam pembelajaran matematika. Data yang terkumpul dianalisis menggunakan teknik analisis tematik, yaitu dengan mengidentifikasi tema-tema utama, mengelompokkan gagasan sejenis, dan mensintesis hasil kajian dari berbagai sumber menjadi satu kesatuan pemahaman yang utuh. Pendekatan analisis ini banyak digunakan dalam penelitian pendidikan matematika berbasis kajian pustaka di Indonesia (Yohanes & Dian, 2023)

Untuk menjaga keabsahan data dan keandalan hasil analisis, penelitian ini menerapkan triangulasi sumber, yaitu membandingkan dan mengaitkan temuan dari berbagai artikel dan jurnal yang memiliki fokus kajian serupa. Dengan cara ini, kesimpulan yang dihasilkan tidak hanya bergantung pada satu sumber, melainkan merupakan hasil

sintesis dari berbagai pandangan ilmiah yang relevan. Pendekatan triangulasi sumber ini dinilai efektif dalam meningkatkan kredibilitas hasil kajian kepustakaan, khususnya dalam penelitian kualitatif bidang pendidikan matematika (Netti, 2018)

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil telaah terhadap berbagai sumber literatur menunjukkan bahwa pembuktian merupakan komponen esensial yang membedakan matematika dari ilmu-ilmu yang bersifat empiris. Dalam matematika, kebenaran suatu pernyataan diperoleh melalui penalaran deduktif yang berpijak pada definisi, aksioma, dan teorema yang telah disepakati. Netti (2018) menegaskan bahwa pembuktian berperan sebagai instrumen legitimasi terhadap kebenaran matematis yang bersifat konsisten dan universal.

Dalam konteks pendidikan matematika di Indonesia, pembuktian memiliki kontribusi yang signifikan dalam pembentukan pemahaman konseptual peserta didik. Dewi dan Dasari (2023) mengemukakan bahwa proses pembelajaran yang menekankan aktivitas pembuktian dapat meningkatkan kemampuan penalaran dan argumentasi matematis. Meskipun demikian, sejumlah penelitian menunjukkan bahwa praktik pembelajaran matematika masih cenderung berfokus pada penguasaan prosedur algoritmik, sehingga pengembangan penalaran deduktif dan kemampuan pembuktian belum berlangsung secara optimal.

Kesulitan yang dialami peserta didik dalam melakukan pembuktian umumnya mencakup ketidaktepatan

dalam menggunakan definisi, kesalahan logika dalam menyusun argumen, serta ketidakmampuan membedakan antara contoh dan bukti formal. Lubis (2024) mengidentifikasi bahwa berbagai kesalahan tersebut disebabkan oleh lemahnya penguasaan konsep dasar serta kurangnya latihan pembuktian yang dilakukan secara terstruktur dan berkelanjutan. Oleh karena itu, pembelajaran pembuktian perlu dirancang dengan pendekatan yang menekankan pemahaman konseptual, pemanfaatan representasi visual, serta latihan argumentasi yang diberikan secara bertahap.

Kegiatan pembuktian juga mencerminkan sifat ilmiah matematika yang menuntut koherensi, konsistensi, dan rasionalitas. (Rahmah, 2018) menjelaskan bahwa pembuktian menjadi sarana utama dalam menunjukkan struktur berpikir ilmiah tersebut. Dalam pembelajaran matematika, kemampuan melakukan pembuktian tidak hanya membantu memverifikasi kebenaran suatu pernyataan, tetapi juga membangun pemahaman konseptual yang lebih dalam terhadap suatu konsep. Hal ini sejalan dengan pandangan yang memasukkan aspek (Dewi & Dasari, 2023) *reasoning* dan *proof* sebagai kompetensi kunci dalam pendidikan matematika modern.

Selain dimensi logis dan epistemologis, pembuktian juga memiliki nilai estetika. Proses pembuktian merupakan bagian dari *mathematical maturity*, yaitu kemampuan untuk memahami struktur logis dan menilai kebenaran secara rasional. Pembuktian yang baik tidak hanya benar secara logis, tetapi juga memiliki alur argumentasi yang elegan

dan jelas. Dengan demikian, pembuktian merupakan aktivitas yang menggabungkan ketepatan logika dan keindahan pola berpikir matematika.

Pembuktian matematis merupakan unsur esensial yang membedakan matematika dari disiplin ilmu lain karena kebenarannya diperoleh melalui penalaran deduktif yang bersifat logis dan sistematis. Dalam konteks pendidikan matematika di Indonesia, pembuktian tidak hanya dipahami sebagai sarana verifikasi kebenaran suatu pernyataan, tetapi juga sebagai proses pembentukan cara berpikir ilmiah. Penelitian yang dilakukan pada siswa dan mahasiswa menunjukkan bahwa kemampuan pembuktian matematis berkaitan erat dengan kemampuan mengaitkan premis, menggunakan definisi secara tepat, serta menyusun argumen yang runtut dan dapat dipertanggungjawabkan.

Hasil penelitian pada siswa sekolah menengah menunjukkan bahwa proses berpikir dalam pembuktian matematis berlangsung secara bertahap, dimulai dari memahami masalah, mengidentifikasi konsep yang relevan, hingga menyusun argumen deduktif secara formal. (Fatmahayati, 2019) mengungkapkan bahwa banyak siswa mengalami hambatan pada tahap transisi dari pemahaman intuitif menuju pembuktian formal. Hal ini menunjukkan bahwa kepastian kebenaran matematis tidak dapat dicapai hanya melalui contoh atau ilustrasi, tetapi harus melalui proses pembuktian yang disusun secara logis dan sistematis. Dengan demikian, pembuktian berperan sebagai mekanisme penting dalam memastikan validitas pengetahuan matematika.

Di tingkat pendidikan tinggi, kemampuan mengonstruksi pembuktian matematis mahasiswa juga menunjukkan variasi yang signifikan. (Silwana, 2023) menemukan bahwa mahasiswa dengan kemampuan tinggi mampu mengaitkan definisi, teorema, dan kesimpulan secara koheren, sedangkan mahasiswa dengan kemampuan sedang dan rendah cenderung mengalami kesulitan dalam menjaga konsistensi logika dan kelengkapan argumen. Temuan ini menegaskan bahwa pembuktian bukan sekadar aktivitas simbolik, melainkan indikator kedewasaan berpikir matematis (*mathematical maturity*). Ketika pembuktian disusun secara benar, kepastian ilmiah matematika dapat dijamin karena setiap langkah argumen dapat ditelusuri dan diuji kebenarannya.

Selain itu, penelitian lain menunjukkan bahwa kesulitan pembuktian sering kali disebabkan oleh lemahnya pemahaman konsep dasar dan ketidakmampuan membedakan antara contoh dan bukti. Studi pada materi geometri dan parabola yang dipublikasikan dalam Jurnal Inovasi Hidayanti dan Wahyuni (2020) menunjukkan bahwa siswa cenderung mengandalkan intuisi visual tanpa mampu menggeneralisasikannya dalam bentuk pembuktian formal. Kondisi ini mengakibatkan kesimpulan yang dihasilkan belum memiliki kepastian ilmiah. Oleh karena itu, pembelajaran pembuktian perlu diarahkan pada penguatan konsep dan pengembangan kemampuan bernalar deduktif secara bertahap.

Pembuktian matematis juga berperan dalam membangun sikap ilmiah peserta didik, seperti ketelitian,

konsistensi, dan keterbukaan terhadap kritik. Ketika siswa atau mahasiswa menyusun pembuktian, mereka dituntut untuk memastikan bahwa setiap pernyataan memiliki dasar yang jelas dan tidak mengandung lompatan logika. Proses ini melatih peserta didik untuk bersikap kritis terhadap argumen mereka sendiri maupun argumen orang lain. Dengan demikian, pembuktian tidak hanya menjamin kebenaran matematis, tetapi juga membentuk karakter berpikir ilmiah yang rasional dan reflektif.

Berdasarkan berbagai temuan penelitian tersebut, dapat disimpulkan bahwa pembuktian memiliki peran sentral dalam memastikan kebenaran dan kepastian ilmiah matematika. Pembuktian menjadi sarana untuk menilai validitas suatu pernyataan secara objektif dan bebas dari subjektivitas. Dalam pendidikan matematika, pembuktian juga berfungsi sebagai wahana pengembangan kemampuan berpikir tingkat tinggi, sehingga peserta didik tidak hanya mampu menyelesaikan soal secara prosedural, tetapi juga memahami alasan logis di balik setiap konsep. Oleh karena itu, pembuktian perlu ditempatkan sebagai komponen inti dalam pembelajaran matematika agar matematika benar-benar berfungsi sebagai ilmu yang pasti dan rasional.

Dari keseluruhan kajian, tampak bahwa kemampuan pembuktian mahasiswa dipengaruhi oleh pemahaman konsep, kemampuan menggunakan bahasa matematika secara tepat, serta penguasaan berbagai strategi pembuktian. Pembelajaran yang hanya menekankan prosedur tidak akan mampu membangun kemampuan deduktif yang matang. Oleh karena itu, pembelajaran pembuktian perlu diarahkan pada upaya

memahami definisi, mengembangkan kemampuan berpikir logis, serta membangun strategi argumentatif yang runtut. Dengan demikian, pembuktian dapat menjadi sarana efektif untuk membangun kemampuan berpikir kritis, analitis, dan reflektif dalam pendidikan matematika

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil kajian pustaka yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa pembuktian merupakan komponen yang sangat esensial dalam matematika karena berfungsi sebagai dasar penetapan kebenaran dan kepastian ilmiah. Pembuktian matematika dengan penalaran deduktif yang ketat mampu menghasilkan kebenaran yang bersifat konsisten, universal, dan dapat dipertanggungjawabkan secara logis. Hal ini menegaskan bahwa pembuktian menjadi ciri utama yang membedakan matematika dari ilmu-ilmu empiris yang kebenarannya sering bersifat sementara dan probabilistik.

Kajian ini juga menunjukkan bahwa pembuktian tidak hanya berperan sebagai sarana untuk memverifikasi kebenaran suatu pernyataan matematis, tetapi juga sebagai alat untuk menjelaskan dasar logis mengapa pernyataan tersebut benar. Melalui proses pembuktian, struktur berpikir matematis yang rasional, sistematis, dan koheren dapat dibangun secara utuh. Dengan demikian, pembuktian memiliki nilai epistemologis yang kuat dalam membangun dan menjaga keutuhan bangunan pengetahuan matematika.

Dalam konteks pendidikan matematika, pembuktian memiliki peran penting dalam mengembangkan

kemampuan penalaran dan argumentasi matematis peserta didik. Namun demikian, hasil telaah literatur menunjukkan bahwa kemampuan pembuktian matematis peserta didik, khususnya mahasiswa, masih tergolong rendah. Kesulitan yang sering muncul meliputi ketidaktepatan penggunaan definisi, kesalahan dalam menyusun argumen deduktif, serta kecenderungan memahami pembuktian hanya sebagai prosedur formal, bukan sebagai proses penalaran ilmiah yang bermakna.

Selain aspek logis dan epistemologis, pembuktian matematika juga memiliki nilai pedagogis dan estetika. Proses pembuktian yang runtut dan koheren dapat memberikan kepuasan intelektual serta menumbuhkan apresiasi terhadap keteraturan dan keindahan struktur logika matematika. Oleh karena itu, pembuktian tidak hanya berfungsi untuk membenarkan suatu pernyataan, tetapi juga untuk memperdalam pemahaman konsep dan mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi.

Secara keseluruhan, kajian ini menegaskan bahwa pembuktian matematika memiliki peran sentral sebagai fondasi kebenaran dan kepastian ilmiah. Pembuktian perlu dipandang sebagai aktivitas intelektual yang mengintegrasikan ketelitian logika, pemahaman konsep, dan kemampuan bernalar secara deduktif. Oleh karena itu, pembelajaran matematika perlu memberikan perhatian yang lebih serius terhadap pengembangan kemampuan pembuktian agar peserta didik tidak hanya mampu menyelesaikan prosedur, tetapi juga memahami dan menilai kebenaran matematis secara rasional dan ilmiah.

## 5. DAFTAR PUSTAKA

- Dewi, N. S., & Dasari, D. (2023). *Systematic Literature Review: Kemampuan Pembuktian Matematis*. 07(1), 240–254.
- Fatmahayati, W. (2019). Proses Berpikir Siswa SMA dalam Menyusun Bukti Matematis. *GAUSS: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(2), 63.
- Hidayati, D. W., & Wahyuni, A. (2020). Analisis kemampuan pembuktian matematis parabola menggunakan guided learning berdasarkan tingkat resiliensi. *Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika (JIPM)*, 2(2), 121–130.
- Irda Aulia Hadi Lubis, Rusi Ulfa Hasanah, Khairunnisa Tanjung, & Lisra Mahfirah. (2024). Jenis Kesalahan Pada Pembuktian Matematis : Systematic Literature Review. *Bilangan : Jurnal Ilmiah Matematika, Kebumihan Dan Angkasa*, 2(3), 93–99.
- Netti, S. (2018). Tahapan Berpikir Mahasiswa dalam Mengonstruksi Bukti Matematis. *Matematika Dan Pembelajaran*, 6(1), 1–10.
- Rahmah, N. (2018). Hakikat Pendidikan Matematika. *Al-Khwarizmi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 1(2), 1–10.
- Silwana, A. (2023). Analisis Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Geometri Transformasi Analysis of the Ability to Construct Mathematical Proofs in Solving Transformation Geometry Proof Problems. *Jurnal Axioma: Jurnal Matematika Dan Pembelajaran*, 8(2).
- Sutarni, S., & Gatiniggsih, R. (2022). Improving Mathematical Critical Thinking Ability Through Realistic Mathematics Learning In

Rahsinta Inayah Septhaliva<sup>1</sup>, Angita<sup>2</sup>, Sella Gushalimah<sup>3</sup>  
Fefi Mareta Putri<sup>4</sup>, Nabil Rullah<sup>5</sup>, Ferdi Ahmad Subarkah<sup>6</sup>,  
Muhammad Win afgani<sup>7</sup>

JHS Students. *Jurnal Riset  
Pendidikan Matematika*, 9(1), 46–  
56.

Yohanes, R. S., & Dian, M. (2023).  
Pengembangan Bahan Ajar  
Metode Pembuktian Berbasis

de Fermat : Jurnal Pendidikan Matematika  
Vol. 8 | No. 2 Desember 2025

Problem Solving untuk  
Meningkatkan Kemampuan  
Pembuktian Matematika. *JIIP -  
Jurnal Ilmiah Ilmu Pendidikan*,  
6(11), 8597–8605.